

INTERÉS COMPUESTO

Ejercicio 1: Calcúlese el valor final obtenido al invertir 1500 € durante 5 años a un tanto de interés compuesto anual del 9%.

Solución

La ley de capitalización compuesta postula que $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$; por tanto:

$$C_n = C_0 \cdot (1+i)^n \Rightarrow C_5 = 1500 \cdot (1+0'09)^5 = 2307'93\text{€}$$

\uparrow
 $n = 5 ; C_0 = 1500 ; i = 0'09$

Ejercicio 2: Si el tanto efectivo de interés compuesto anual es del 7%, calcúlese el valor actual de un capital de 300 € disponibles dentro de 4 años.

Solución

La ley de capitalización compuesta postula que $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$; por tanto:

$$3000 = C_0 \cdot (1+0'07)^4 \Rightarrow C_0 = 3000 \cdot (1+0'07)^{-4} = 2288'69\text{€}$$

Ejercicio 3: Si el tanto efectivo de interés compuesto anual es del 5%, calcúlese el tiempo que ha estado impuesto un capital de 2100 € si el montante obtenido es de 2954'91 €.

Solución

La ley de capitalización compuesta postula que $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$; por tanto:

$$2954'91 = 2100 \cdot (1+0'05)^n \Rightarrow 1'05^n = \frac{2954'91}{2100} \Rightarrow n \cdot \text{Ln } 1'05 = \text{Ln } \frac{2954'91}{2100} \Rightarrow n = 7 \text{ años}$$

Ejercicio 4: Si el montante obtenido al cabo de 5 años por un capital de 1350 € es de 1702'57 €, calcúlese el tanto efectivo de interés compuesto anual.

Solución

La ley de capitalización compuesta postula que $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$; por tanto:

$$1702'57 = 1350 \cdot (1+i)^5 \Rightarrow i = \left(\frac{1702'57}{1350}\right)^{1/5} - 1 = 0'047500506$$

Ejercicio 5: Un capital de 300 € se coloca en régimen de capitalización compuesta, alcanzando un montante de 900 €. Determínese el capital que colocado al mismo tanto y régimen alcanza el mismo montante en la mitad de tiempo.

Solución

La ley de capitalización compuesta postula que $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$; por tanto:

$$900 = C \cdot (1+i)^{n/2} \Rightarrow 900 = C \cdot \sqrt{3} \Rightarrow C = 900/\sqrt{3}$$

$$\boxed{900 = 300 \cdot (1+i)^n \Rightarrow (1+i)^{n/2} = \sqrt{3}}$$

Ejercicio 6: La cuarta parte de un capital se invierte al 6% de interés compuesto anual, y el resto al 8% de interés simple anual. Si el montante a los 5 años es de 2076'83 €, determínese el capital que se invirtió.

Solución

$$2076'83 = \frac{C}{4} \cdot 1'06^5 + \frac{3 \cdot C}{4} \cdot (1+5 \cdot 0'08) \Rightarrow C = 1500$$

Ejercicio 7: Pim y Pom colocan el mismo capital durante 3 años, Pim al 2'5% anual de interés compuesto, y Pom al 3% anual de interés simple. Al terminar dicho tiempo retiran los intereses y vuelven a imponer los capitales durante 4 años, Pim al 4% anual de interés simple, y Pom al 3'5% anual de interés compuesto. Sabiendo que, en total, Pom ha cobrado 2'53 € más que Pim, determínese el capital invertido.

Solución

$$\underbrace{(C \cdot 3 \cdot 0'03 + C \cdot (1'035^4 - 1))}_{\text{Intereses de Pom}} - \underbrace{(C \cdot (1'025^3 - 1) + C \cdot 4 \cdot 0'04)}_{\text{Intereses de Pim}} = 2'53 \Rightarrow C = 4000'79$$

Ejercicio 8: Se colocaron tres capitales de 1950 €, 1200 € y 2850 € durante 3 años, y se sabe que el tanto medio de interés compuesto anual de colocación de dichos capitales es el 7%. Si los dos primeros capitales se colocaron al 8% y 7'5% efectivo anual respectivamente, calcúlese el tanto efectivo anual de la tercera inversión.

Solución

$$(1950 + 1200 + 2850) \cdot 1'07^3 = 1950 \cdot 1'08^3 + 1200 \cdot 1'075^3 + 2850 \cdot (1+i)^3 \Rightarrow i = 0'060901487$$

Ejercicio 9: Hemos efectuado las siguientes inversiones durante 3 años:

3000 € al 5% de interés compuesto anual
1800 € al 5'5% de interés compuesto anual
1200 € al 6% de interés compuesto anual

- 1) Determinése la cuantía de la inversión única a efectuar si el tanto único es del 5'75%.
- 2) En el supuesto de que el capital sustituto ascienda a 5500 €, calcúlese el tanto.

Solución

- 1) $C \cdot 1'0575^3 = 3000 \cdot 1'05^3 + 1800 \cdot 1'055^3 + 1200 \cdot 1'06^3 \Rightarrow C = 5932'42$
- 2) $5500 \cdot (1+i)^3 = 3000 \cdot 1'05^3 + 1800 \cdot 1'055^3 + 1200 \cdot 1'06^3 \Rightarrow i = 0'084517$

Capitalización compuesta en periodos fraccionados

Ejercicio 10: Empleando los convenios lineal y exponencial, calcúlese el montante de 6000 € invertidos durante 8 años y 5 meses al 6% efectivo anual.

Solución

Según el convenio lineal, capitalizamos los 8 años a interés compuesto y los 5 meses a interés simple; así, el montante obtenido es $6000 \cdot (1+0'06)^8 \cdot \left(1 + \frac{5}{12} \cdot 0'06\right) = 9802'17 \text{ €}$.

Según el convenio exponencial, capitalizamos los $8 + \frac{5}{12}$ años a interés compuesto; así, el montante obtenido es $6000 \cdot (1+0'06)^{8+(5/12)} = 9798'11 \text{ €}$.

Ejercicio 11: Se emite un pagaré de empresa con vencimiento dentro de 546 días, al cambio del 92%. Determinése el tipo de interés compuesto anual que produce si reembolsa por el nominal.

Solución

La ley de capitalización compuesta postula que $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$; por tanto:

$$C = 0'92 \cdot C \cdot (1+i)^{546/365} \Rightarrow 1 = 0'92 \cdot (1+i)^{546/365} \Rightarrow i = 0'057323$$

Tantos equivalentes

Ejercicio 12: Calcúlese el tanto de interés simple anual equivalente al tanto interés compuesto del 6% durante 6 años.

Solución

El montante de capitalizar una unidad monetaria durante "n" años al tanto anual compuesto i_c es $(1+i_c)^n$, y si la unidad monetaria se capitaliza durante "n" años al tanto anual simple i_s , el montante es $1+n \cdot i_s$; así:

$$(1+i_c)^n = 1+n \cdot i_s \Rightarrow i_s = \frac{(1+i_c)^n - 1}{n} = 0'069753185$$

$i_c = 0'06 ; n = 6$

Ejercicio 13: Si un capital que abona intereses trimestralmente se triplica en 20 años, determínense:

- 1) El tanto efectivo anual.
- 2) El tanto nominal.

Solución

1) La ley de capitalización compuesta postula que $C_n = C_0 \cdot (1+i)^n$; por tanto:

$$3 \cdot C = C \cdot (1+i)^{20} \Rightarrow i = 3^{1/20} - 1 = 0'056467309$$

2) $3 \cdot C = C \cdot (1+i^{(4)})^{20 \cdot 4} \Rightarrow i^{(4)} = 3^{1/80} - 1 = 0'0382738 \Rightarrow j_4 = 4 \cdot i^{(4)} = 0'055309518$

Ejercicio 14: Un capital de 6000 € se coloca, en régimen de capitalización compuesta por semestres, durante 4 años, obteniendo un montante de 8211'41 €. Determínese:

- 1) El tanto de interés semestral al que ha sido colocado.
- 2) El tanto nominal.
- 3) El tanto efectivo anual.

Solución

1) Capitalizando semestralmente al tanto $i^{(2)}$, la capitalización compuesta postula que $C_n = C_0 \cdot (1+i^{(2)})^{2 \cdot n}$;

por tanto, ha de ser $8211'41 = 6000 \cdot (1+i^{(2)})^{4 \cdot 2} \Rightarrow i^{(2)} = \left(\frac{8211'41}{6000}\right)^{1/8} - 1 = 0'04$.

2) El tanto nominal anual j_m correspondiente al tanto fraccionado $i^{(m)}$ es $j_m = m \cdot i^{(m)}$. En nuestro caso, siendo $m = 2$ (pues se capitaliza semestralmente; o sea 2 veces al año), es $j_2 = 2 \cdot i^{(2)} = 0'08$.

3) El tanto efectivo anual "i" correspondiente al tanto fraccionado $i^{(m)}$ es $i = (1+i^{(m)})^m - 1$. En nuestro caso, siendo $m = 2$, es $i = (1+i^{(2)})^2 - 1 = 1'04^2 - 1 = 0'0816$.

Ejercicio 15: Analícese cuál de las siguientes ofertas bancarias es más interesante:

Banco "A": 12'25% nominal, abonando intereses trimestralmente

Banco "B": 12% nominal, abonando intereses semestralmente

Banco "C": 12'5% nominal, abonando intereses anualmente

Solución

La oferta de "B" debe descartarse, pues su tipo de interés coincide con el del banco "A", pero éste capitaliza los intereses con más frecuencia. Es $1+i = (1+i^{(m)})^m = (1+(j_m/m))^m$; por tanto, para el banco "A", es:

$$1+i = \left(1 + \frac{j_4}{4}\right)^4 \Rightarrow i = \left(1 + \frac{j_4}{4}\right)^4 - 1 = \left(1 + \frac{0'1225}{4}\right)^4 - 1 = 0'128243115$$

Para el banco "C", es: $1+i = \left(1 + \frac{j_1}{1}\right)^1 \Rightarrow i = j_1 = 0'125$

Ejercicio 16:

- 1) Calcúlese el tanto efectivo bienal correspondiente al 13% efectivo anual.
- 2) Calcúlese el tanto efectivo anual correspondiente al 20% efectivo bienal.

Solución

$$1) \quad 1+i = (1+i^{(m)})^m \Rightarrow 1+i = (1+i^{(1/2)})^{1/2} \Rightarrow i^{(1/2)} = (1+i)^2 - 1 = 1.13^2 - 1 = 0.2769$$

$$2) \quad 1+i = (1+i^{(m)})^m \Rightarrow i = (1+i^{(1/2)})^{1/2} - 1 = 1.2^{1/2} - 1 = 0.095445115$$

Ejercicio 17: Analícese cuál de las siguientes ofertas bancarias es más interesante:

- Banco "A": 8.75% nominal, pagadero por trimestres
- Banco "B": 8.8% nominal, pagadero mensualmente
- Banco "C": 8.6% nominal, pagadero por cuatrimestres

Solución

La oferta de "A" debe descartarse, pues su tipo de interés es inferior al de "B" y capitaliza intereses con menor frecuencia. Es $1+i = (1+i^{(m)})^m = (1+(j_m/m))^m$; por tanto, para el banco "B", es:

$$1+i = \left(1 + \frac{j_{12}}{12}\right)^{12} \Rightarrow i = \left(1 + \frac{j_{12}}{12}\right)^{12} - 1 = \left(1 + \frac{0.088}{12}\right)^{12} - 1 = 0.091637543$$

Para el banco "C", es: $1+i = \left(1 + \frac{j_3}{3}\right)^3 \Rightarrow i = \left(1 + \frac{j_3}{3}\right)^3 - 1 = \left(1 + \frac{0.086}{3}\right)^3 - 1 = 0.088488891$

Ejercicio 18: Calcúlese el montante de 3600 €, durante 8 años, al 10% nominal pagadero semestralmente.

Solución

$$C_n = C_o \cdot (1+i^{(m)})^{m \cdot n} = \left(1 + \frac{j_m}{m}\right)^{m \cdot n} \Rightarrow C_8 = 3600 \cdot \left(1 + \frac{0.1}{2}\right)^{2 \cdot 8} = 7858.35$$

Activos financieros. Corretaje compra/venta. Comisión de custodia

Ejercicio 19: Calcúlese el tanto de interés efectivo anual para el tomador de un activo emitido al 90%, corretaje 2 por mil, comisión de custodia 0.3 por mil, plazo 600 días.

Solución

$$C \cdot (1 - 0.0003) = 0.92 \cdot C \cdot (1 + 0.002) \cdot (1+i)^{600/365} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1 - 0.0003) = 0.92 \cdot (1 + 0.002) \cdot (1+i)^{600/365} \Rightarrow i = 0.064703$$

Unificación de capitales

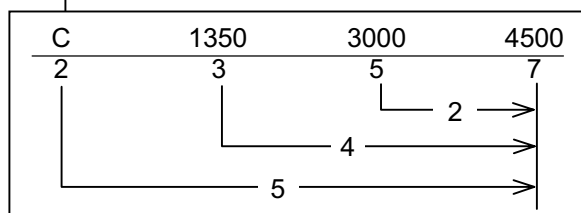
Ejercicio 20: Siendo el tipo de interés compuesto anual del 4%, determínese la inversión única "C" que se deberá efectuar dentro de 2 años en sustitución de las siguientes inversiones:

Capital	1350	300	4500
Vencimiento	3 años	5 años	7 años

Solución

La inversión "C" es la solución de la ecuación de equivalencia financiera de capitales en el instante "7":

$$C \cdot 1.04^5 = 1350 \cdot 1.04^4 + 3000 \cdot 1.04^2 + 4500 \Rightarrow C = 7663.74$$

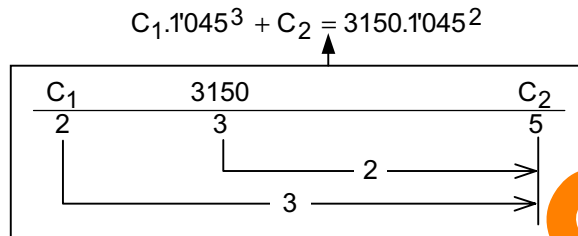


Sustitución de capitales

Ejercicio 21: Siendo el tipo de interés compuesto anual del 4'5%, sustitúyase un capital de 3150 € que vence dentro de 3 años por dos capitales, con vencimientos dentro de 2 y 5 años respectivamente.

Solución

Siendo C_1 y C_2 los capitales pedidos ($C_1 + C_2 = 3150$), la ecuación de equivalencia financiera de capitales en el instante "5" es:



La solución del sistema $\begin{cases} C_1 + C_2 = 3150 \\ C_1 \cdot 1.045^3 + C_2 = 3150 \cdot 1.045^2 \end{cases}$ es $C_1 = 2053'46$ y $C_2 = 1906'54$.

Prórroga de vencimiento

Ejercicio 22: Si el tipo de interés compuesto anual es del 4'5% y debemos pagar 3150 € dentro de 3 años, determínese la prórroga de vencimiento que se obtendrá pagando 750 € dentro de 2 años.

Solución

La prórroga "z" es la solución de la ecuación de equivalencia financiera de capitales en el instante "3+z":

$$750 \cdot 1.045^{1+z} + 2400 = 3150 \cdot 1.045^z \Rightarrow z = 0'321747284 \text{ años}$$

