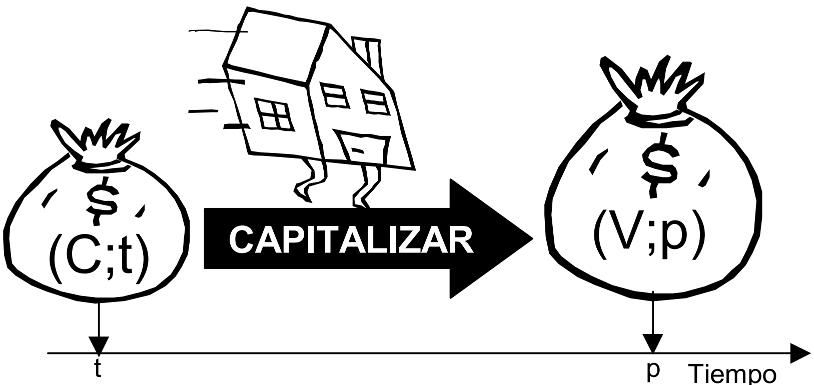
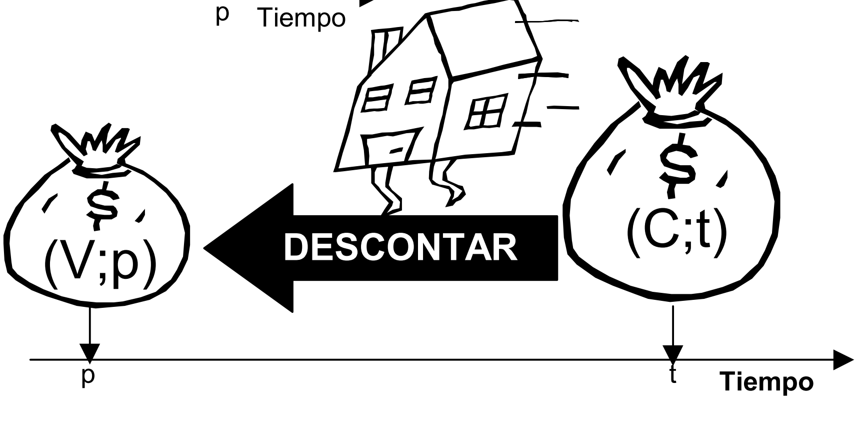
MATEMATICA DE LAS OPERACIONES FINANCIERAS

Tema 1

LEYES FINANCIERAS

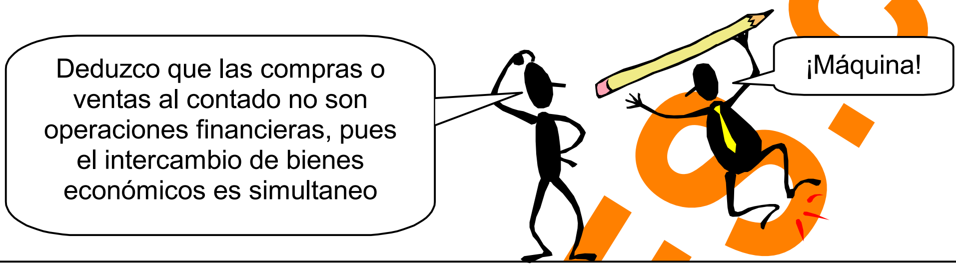




EL TIEMPO ES ORO

1.1 FENÓMENO FINANCIERO

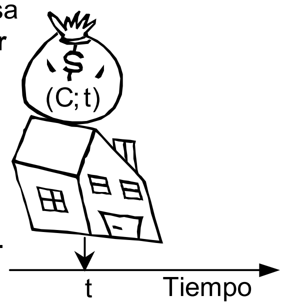
Los fenómenos financieros son los fenómenos económicos caracterizados por un **intercambio <u>no simultáneo</u>** de **bienes económicos** entre dos personas físicas o jurídicas, de modo que los bienes económicos entregados por una sean la contrapartida de los recibidos de la otra ..... y naturalmente, la no simultaneidad del intercambio hace que el **tiempo** sea el protagonista estelar de los fenómenos financieros



<u>Ejemplos de fenómenos económicos financieros</u>

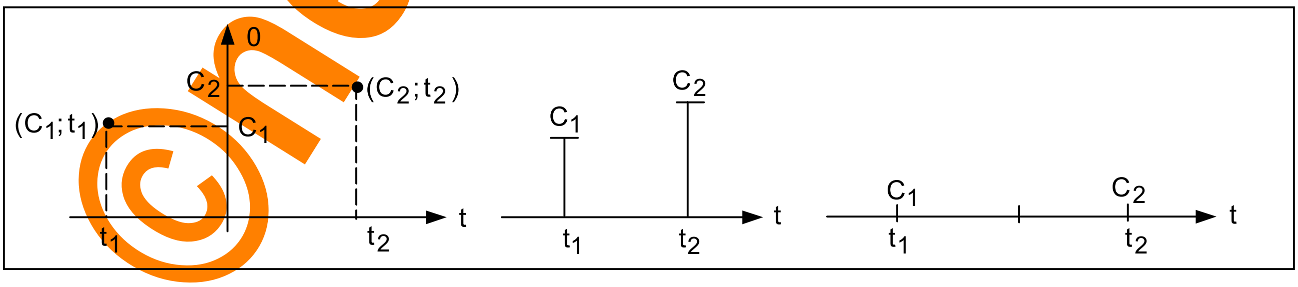
- **Pedir un préstamo:** nos entregan dinero en el instante "t", y devolvemos dinero en pagos posteriores.
- **Conceder un préstamo:** entregamos dinero en el instante "t", y nos devuelven dinero en pagos posteriores.
- **Descontar una letra:** el banco entrega dinero en el instante "t" y lo recupera después, al vencimiento de la letra.
- **Comprar un coche a plazos:** te dan el coche en el instante "t", y devuelves dinero en uno o más pagos posteriores.

1.2 CAPITAL FINANCIERO

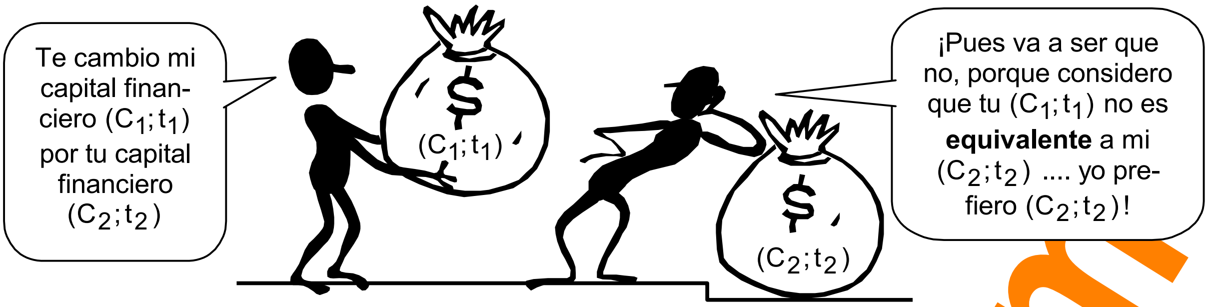


El **valor** que en cada **instante** del tiempo se asigna a un bien económico se expresa mediante el número "C" de unidades monetarias que deben pagarse para **tomar posesión de él <u>en ese instante</u>** .... pero como el tiempo es oro, a medida que varía el tiempo, varía el valor de "C"; por eso, para **identificar matemáticamente** un bien económico (una casa, un tornillo, un billete de 20 €) lo expresamos mediante un par $(C;t)$, donde "C" es la **cuantía** (expresada en unidades monetarias) y "t" es el **vencimiento** o instante del tiempo en que se toma posesión del bien; y del par $(C;t)$ diremos que es el **capital financiero** correspondiente al bien económico en cuestión. Así, **el intercambio de bienes económicos se reduce al intercambio de sus correspondientes capitales financieros.**

Se llama **espacio financiero** al conjunto $E = \{(C;t) \,/\, C \in \Re^+,\ t \in \Re\}$ que forman los capitales financieros.



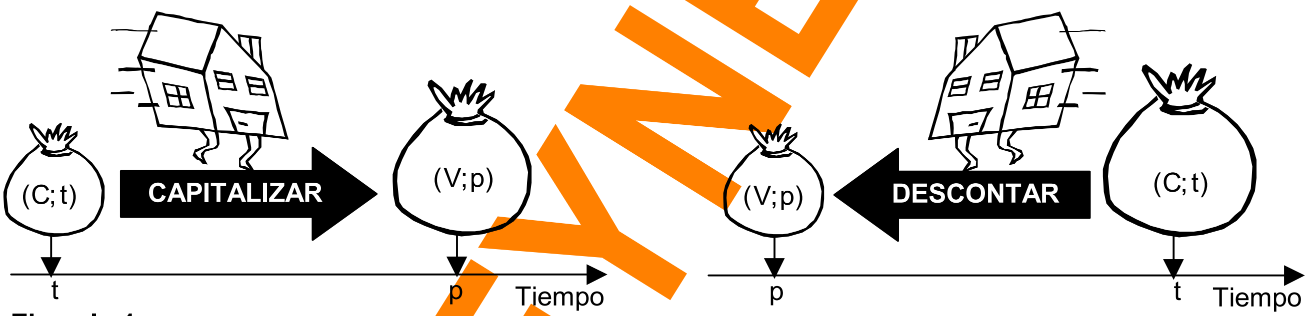
Naturalmente, todo intercambio de capitales financieros es equilibrado; o sea, si se intercambian los capitales financieros $(C_1;t_1)$ y $(C_2;t_2)$, es porque las dos personas que intervienen en el intercambio sienten igual cariño por ambos capitales; es decir, consideran que $(C_1;t_1)$ y $(C_2;t_2)$ son **equivalentes.**



1.3 COMPARACIÓN DE CAPITALES FINANCIEROS. LEY FINANCIERA

Dado un capital financiero $(C;t)$, es necesario disponer de una función "F" que determine la cuantía "V" del capital financiero $(V;p)$ que consideramos **equivalente** a $(C;t)$ en un instante "p" anterior o posterior a "t". De dicha cuantía "V" se dice que es la **proyección financiera** del capital $(C;t)$ en el instante "p", y para denotarlo se escribe $V = F(C;t;p)$. De la función "F" se dice que es una **ley financiera completa de valoración en el instante "p".** Del capital financiero $(V;p)$ se dice que es el **sustituto** del capital financiero $(C;t)$ según la ley financiera "F". **Si el instante de valoración "p" es POSTERIOR a "t"** (o sea, $p > t$), **diremos estar CAPITALIZANDO,** y de "V" diremos que es el **valor capitalizado o montante,** escribiendo $V = L(C;t;p)$. **Si el instante de valoración "p" es ANTERIOR a "t"** (o sea, $p < t$), **diremos estar DESCONTANDO,** y de "V" diremos que es el **valor descontado o actual,** escribiendo $V = A(C;t;p)$.

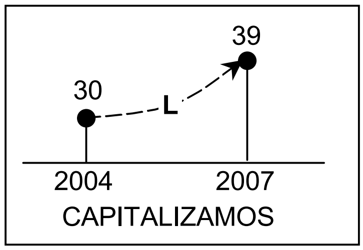
$$\begin{array}{ccc} \Re^+ \times \Re \times \Re & \xrightarrow{F} & \Re^+ \\ (C;t;p) & \longrightarrow & V \end{array}$$



Ejemplo 1

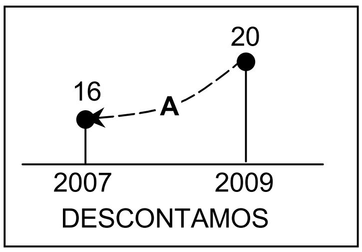
Si $F(C;t;p) = C.(1 + 0'1.(p - t))$ es una **ley financiera** de valoración del capital financiero $(C;t)$ en el instante "p" y consideramos que $p = 2007$, para los capitales financieros $(30;2004)$ y $(20;2009)$, se tiene que:

- Como es $F(30;2004;2007) = 30.(1 + 0'1.(2007 - 2004)) = 39$, los capitales $(30;2004)$ y $(39;2007)$ son equivalentes según la **ley de valoración** "F"; o sea, nos son indiferentes, podríamos intercambiarlos sin más problema: $(30;2004) \approx (39;2007)$. De la cuantía 39, que es la **proyección financiera** del capital $(30;2004)$ en el instante $p = 2007$ (posterior a 2004) según la ley "F", se dice que es el **valor capitalizado o montante,** y se escribe $L(30;2004;2007) = 39$.



Observa: la proyección financiera del capital $(39;2007)$ en el instante $p = 2007$ coincide con la del capital $(30;2004)$, pues $F(39;2007;2007) = 39.(1 + 0'1.(2007 - 2007)) = 39$.

- Como $F(20;2009;2007) = 20.(1 + 0'1.(2007 - 2009)) = 16$, los capitales financieros $(20;2009)$ y $(16;2007)$ son equivalentes según la **ley de valoración** "F"; o sea, nos resultan indiferentes: $(20;2009) \approx (16;2007)$. De la cuantía 16, que es la **proyección financiera** del capital $(20;2009)$ en el instante $p = 2007$ (anterior a 2009) según la ley "F", se dice que es **valor descontado o actual,** y se escribe $A(20;2009;2007) = 16$.



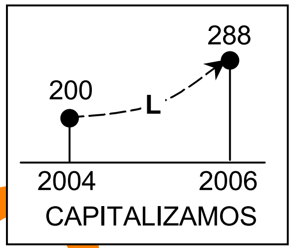
Observa: la proyección financiera del capital $(16;2007)$ en el instante $p = 2007$ coincide con la del capital $(20;2009)$, pues $F(16;2009;2007) = 16.(1 + 0'1.(2007 - 2007)) = 16$.

Ejemplo 2

Si $F(C;t;p) = C.1'2^{p-t}$ es una **ley financiera** de valoración del capital financiero $(C;t)$ en el instante "p" y consideramos que $p = 2006$, para los capitales financieros $(200;2004)$ y $(120;2007)$, se tiene que:

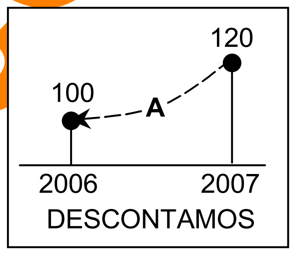
- Como $F(200;2004;2006) = 200.1'2^{2006-2004} = 288$, los capitales $(200;2004)$ y $(288;2006)$ son equivalentes según la **ley de valoración** "F"; o sea, nos resultan indiferentes. De la cuantía 288, que es la **proyección financiera** de $(200;2004)$ en el instante $p = 2006$ (posterior a 2004) según "F", se dice que es el **valor capitalizado o montante,** y se escribe $L(200;2004;2006) = 288$.

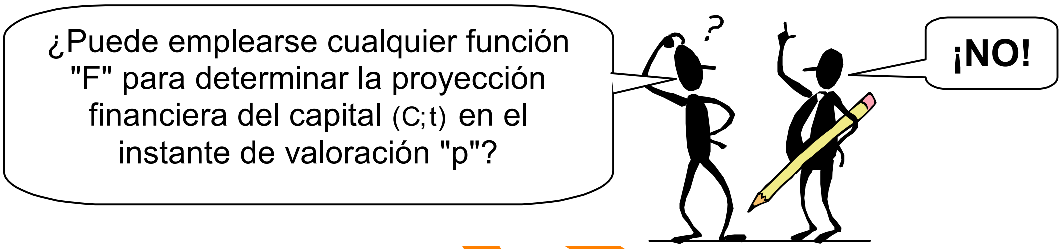
  Observa: la proyección financiera de $(288;2006)$ en el instante $p = 2006$ es igual a la de $(200;2004)$ pues $F(288;2006;2006) = 288.1'2^{2006-2006} = 288$.



- Como $F(120;2007;2006) = 120.1'2^{2006-2007} = 100$, los capitales $(120;2007)$ y $(100;2006)$ son equivalentes según **ley de valoración** "F"; o sea, nos resultan indiferentes. De la cuantía 100, que es la **proyección financiera** del capital $(120;2007)$ en el instante $p = 2006$ (anterior a 2007) según "F", se dice que es **valor descontado o actual,** y se escribe $A(120;2007;2006) = 100$.

  Observa: la proyección financiera de $(100;2006)$ en el instante $p = 2006$ es igual a la de $(120;2007)$, pues $F(100;2006;2006) = 100.1'2^{2006-2006} = 100$.

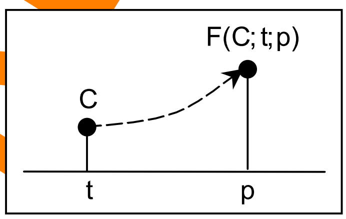




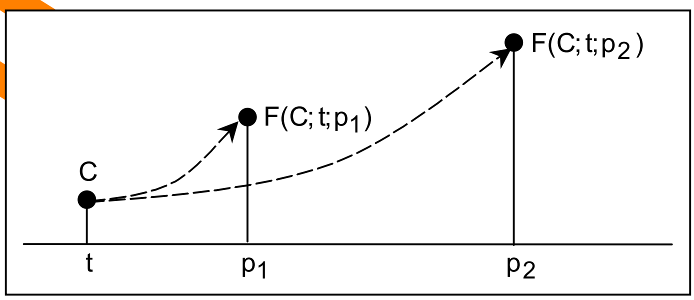
1.4 REQUISITOS PARA LA CAPITALIZACIÓN

Una función "F" sólo puede emplearse para determinar el capital sustituto $(F(C;t;p);p)$ del capital $(C;t)$ en un instante de valoración "p" **posterior a "t"** (o sea, emplear "F" como ley de **capitalización**), si cumple los siguientes requisitos:

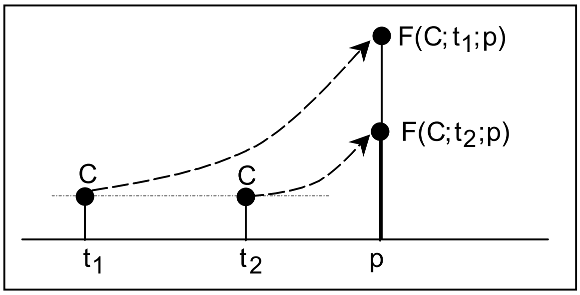
1) La proyección financiera del capital $(C;p)$ en el instante "p" es "C"; o sea: $F(C;t = p;p) = C$.
2) La proyección financiera del capital $(C;t)$ en el instante "p" es superior a "C; o sea: $F(C;t;p) > C$.



3) La función "F" es continua respecto a "t" y respecto a "p".
4) La función "F" es monótona creciente respecto a "p" ($\Leftrightarrow \partial F(C;t;p)/\partial p > 0$). O sea, fijados "C" y "t", cuanto mayor sea "p", mayor es $F(C;t;p)$; es decir: si $p_1 < p_2$ sucede que $F(C;t;p_1) < F(C;t;p_2)$.



5) La función "F" es monótona decreciente respecto a "t" ($\Leftrightarrow \partial F(C;t;p)/\partial t < 0$). O sea, fijados "C" y "p", cuanto mayor sea "t", menor es $F(C;t;p)$; es decir: si $t_1 < t_2$ sucede que $F(C;t_1;p) > F(C;t_2;p)$.



6) La función "F" es homogénea de grado 1 respecto a "C" ($\Leftrightarrow F(C;t;p) = C.F(1;t;p)$); o sea la proyección financiera del capital $(C;t)$ en el instante "p" se obtiene multiplicando por "C" la proyección financiera del capital $(1;t)$ en el instante "p", El que "F" cumpla esta exigencia es un chollo, pues si, por ejemplo, la proyección financiera del capital $(1;t)$ en el instante "p" es 4 ($\Leftrightarrow$ los capitales financieros $(1;t)$ y $(4;p)$ son equivalentes), podemos apostar tranquilamente la vida a que la proyección financiera del capital $(5;t)$ en el instante "p" es $5.4 = 20$ ($\Leftrightarrow$ los capitales financieros $(5;t)$ y $(20;p)$ son equivalentes).

Por ejemplo, la función "F" tal que $F(C;t;p) = C + 0'3.C(p-t)$ puede emplearse como **ley financiera de capitalización en el instante "p"** $(p > t)$, pues cumple los requisitos exigidos a las leyes de capitalización, ya que:

1) $F(C;t = p;p) = C + 0'3.C(p-p) = C.$
2) $F(C;t;p) = C + 0'3.C.(p-t) > C$, pues $C > 0$ y $p > t$.
3) La función "F" es continua respecto a "t" y respecto a "p"
4) La función "F" es monótona creciente respecto a "p", pues $\partial F(C;t;p)/\partial p = 0'1.C > 0$.
5) La función "F" es monótona decreciente respecto a "t", pues $\partial F(C;t;p)/\partial t = -0'1.C < 0$.
6) La función "F" es homogénea de grado 1 respecto a "C", pues

$$F(C;t;p) = C + 0'3.C(p-t) = C.\underbrace{(1 + 0'3.(p-t))}_{F(1;t;p)} = C.F(1;t;p).$$

Por ejemplo, la función "F" tal que $F(C;t;p) = C.1'3^{p-t}$ puede emplearse como **ley financiera de capitalización en el instante "p"** $(p > t)$, pues cumple los requisitos exigidos a las leyes de capitalización, ya que:

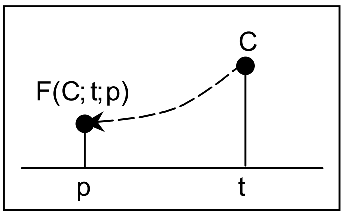
1) $F(C;t = p;p) = C.1'3^{p-p} = C.1'3^{0} = C.$
2) $F(C;t;p) = C.1'3^{p-t} > C$, pues $1'3^{p-t} > 1$, ya que $p > t$.
3) La función "F" es continua respecto a "t" y respecto a "p"
4) La función "F" es monótona creciente respecto a "p", pues $\partial F(C;t;p)/\partial p = C.1'3^{p-t}.\text{Ln } 1'3 > 0$.
5) La función "F" es monótona decreciente respecto a "t", pues $\partial F(C;t;p)/\partial t = -C.1'3^{p-t}.\text{Ln } 1'3 < 0$.
6) La función "F" es homogénea de grado 1 respecto a "C", pues

$$F(C;t;p) = C.1'3^{p-t} = C.\underbrace{\left(1'3^{p-t}\right)}_{F(1;t;p)} = C.F(1;t;p)$$

1.5 REQUISITOS PARA EL DESCUENTO

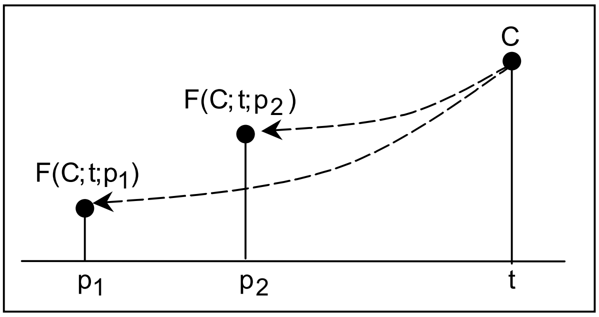
Una función "F" sólo puede emplearse para determinar el capital sustituto $(F(C;t;p);p)$ del capital $(C;t)$ en un instante de valoración "p" **anterior** a "t" (o sea, emplear "F" como **ley de descuento**), si cumple los siguientes requisitos:

1) La proyección financiera del capital $(C;p)$ en el instante "p" es "C"; o sea: $F(C;t = p;p) = C$.
2) La proyección financiera del capital $(C;t)$ en el instante "p" es positiva e inferior a "C"; o sea: $0 < F(C;t;p) < C$.

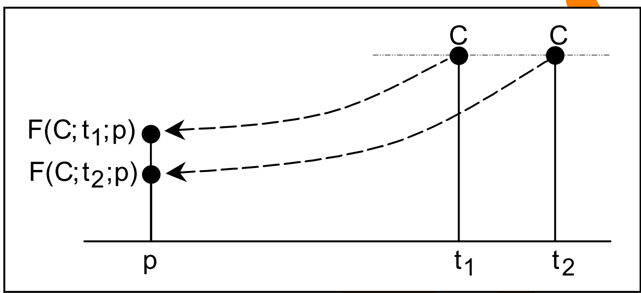


3) La función "F" es continua respecto a "t" y respecto a "p".

4) La función "F" es monótona creciente respecto a "p" ($\Leftrightarrow \partial F(C;t;p)/\partial p > 0$). O sea, fijados "C" y "t", cuanto mayor sea "p", mayor es $F(C;t;p)$; es decir: si $p_1 < p_2$ sucede que $F(C;t;p_1) < F(C;t;p_2)$.



5) La función "F" es monótona decreciente respecto a "t" ($\Leftrightarrow \partial F(C;t;p)/\partial t < 0$). O sea, fijados de "C" y "p", cuanto mayor sea "t", menor es $F(C;t;p)$; es decir: si $t_1 < t_2$ sucede que $F(C;t_1;p) > F(C;t_2;p)$.



6) "F" es homogénea de grado 1 respecto a "C" ($\Leftrightarrow F(C;t;p) = C.F(1;t;p)$); o sea la proyección financiera del capital $(C;t)$ en el instante "p" se obtiene multiplicando por "C" la proyección financiera del capital $(1;t)$. en el instante "p". El que "F" cumpla esta exigencia es un chollo, pues si, por ejemplo, la proyección financiera del capital $(1;t)$ en el instante "p" es 0'8 ($\Leftrightarrow$ los capitales financieros $(1;t)$ y $(0'8;p)$ son equivalentes), podemos apostar tranquilamente la vida a que la proyección financiera del capital $(5;t)$ en el instante "p" es $5.0'8 = 4$ ($\Leftrightarrow$ los capitales financieros $(5;t)$ y $(4;p)$ son equivalentes).

Por ejemplo, la función "F" tal que $F(C;t;p) = C + 0'3.C(p-t)$ puede emplearse como **ley financiera de descuento en el instante "p"** ($p < t$), pues cumple los requisitos exigidos a las leyes de descuento, ya que:

1) $F(C;t=p;p) = C + 0'3.C(p-p) = C$.
2) Es $0 < F(C;t;p) = C + 0'3.C.(p-t) < C$, pues $C > 0$ y $p < t$.
3) La función "F" es continua respecto a "t" y respecto a "p"
4) La función "F" es monótona creciente respecto a "p", pues $\partial F(C;t;p)/\partial p = 0'1.C > 0$.
5) La función "F" es monótona decreciente respecto a "t", pues $\partial F(C;t;p)/\partial t = -0'1.C < 0$.
6) La función "F" es homogénea de grado 1 respecto a "C", pues

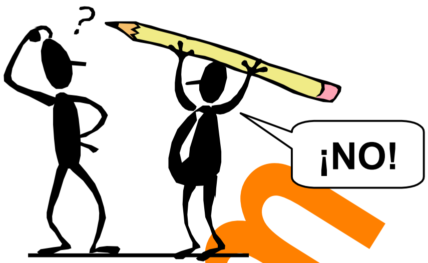
$$F(C;t;p) = C + 0'3.C(p-t) = C.\underbrace{(1+0'3.(p-t))}_{F(1;t;p)} = C.F(1;t;p)$$

Por ejemplo, la función "F" tal que $F(C;t;p) = C.1'3^{p-t}$ puede emplearse como **ley financiera de descuento en el instante "p"** ($p < t$), pues cumple los requisitos exigidos a las leyes de descuento, ya que:

1) $F(C;t=p;p) = C.1'3^{p-p} = C.1'3^0 = C$.
2) Es $0 < F(C;t;p) = C.1'3^{p-t} < C$, pues $0 < 1'3^{p-t} < 1$, ya que $p < t$.
3) La función "F" es continua respecto a "t" y respecto a "p"
4) La función "F" es monótona creciente respecto a "p", pues $\partial F(C;t;p)/\partial p = C.1'3^{p-t}.\text{Ln } 1'3 > 0$.
5) La función "F" es monótona decreciente respecto a "t", pues $\partial F(C;t;p)/\partial t = -C.1'3^{p-t}.\text{Ln } 1'3 < 0$.
6) la función "F" es homogénea de grado 1 respecto a "C", pues $F(C;t;p) = C.1'3^{p-t} = C.\underbrace{(1'3^{p-t})}_{F(1;t;p)} = C.F(1;t;p)$.

<u>**AVISO**</u>: a partir de ahora, por comodidad a la hora de escribir, cuando utilicemos una ley financiera para capitalizar (determinar la proyección financiera de un capital $(C;t)$ en un instante "p" posterior a "t"), la denotaremos $L(C;t;p)$, y si la empleamos para descontar (determinar la proyección financiera de un capital $(C;t)$ en un instante "p" anterior a "t"), la denotaremos $A(C;t;p)$,

Acabamos de ver que las funciones $F(C;t;p) = C + 0'3.C(p-t)$ y $F(C;t;p) = C.1'3^{p-t}$ pueden emplearse como leyes de capitalización $(p > t)$ y como leyes de descuento $(p < t)$ .... ¿Sucede siempre eso?



EJERCICIO

a) Siendo "a" y "b" constantes y "p" y "t" positivos, analícese si la función $F(C;t;p) = a + C.(1 + b.p.t.(p-t))$ puede emplearse como ley financiera de capitalización en el instante "p".
b) Con los valores de "a" y "b" obtenidos en a), ¿podría emplearse "F" como ley financiera de descuento?

SOLUCIÓN

a) Considerando que $p > t$ (pues se trata de ver si "F" puede emplearse como ley de capitalización en "p"), veamos si "F" cumple todos los requisitos exigidos a las leyes de capitalización:

1) Como $F(C;t=p;p) = a + C.(1+b.p.t.(p-p)) = a + C$, es $F(C;t=p;p) = C$ sólo si $a = 0$.
2) Supuesto que $a = 0$, es $F(C;t;p) = C.(1+b.p.t.(p-t)) > C$, sólo si $b.p.t.(p-t) > 0$, y sucede tal cosa sólo si $b > 0$, pues $b.p.t.(p-t) > 0$, ya que $t > 0$ y $p > t$.
3) La función "F" es continua respecto a "t" y respecto a "p".
4) "F" es monótona creciente respecto a "p", pues $\partial F(C;t;p)/\partial p = C.b.t.(2.p-t) > 0$, ya que $t > 0$ y $p > t$.
5) "F" es monótona decreciente respecto a "t" sólo si $p < 2.t$, pues $\partial F(C;t;p)/\partial t = C.b.p.(p-2.t) < 0$ sólo si $p < 2.t$.
6) "F" es homogénea de grado 1 respecto a "C", pues:

$$F(C;t;p) = C.(1+b.p.t.(p-t)) = C.\underbrace{(1+b.p.t.(p-t))}_{F(1;t;p)} = C.F(1;t;p)$$

Por tanto, la función "F" sólo puede emplearse como ley financiera de capitalización en "p" si $a = 0$, $b > 0$ y $t < p < 2.t$, y en tal caso escribiremos $L(C;t;p) = C.(1+b.p.t.(p-t))$.

b) Para analizar si la función "F" puede emplearse como ley de descuento en "p" $(0 < p < t)$, basta comprobar que $0 < F(C;t;p) < C$, pues las demás exigencias son las mismas que para capitalización. Siendo

$$F(C;t;p) = C.(1+b.p.t.(p-t)) = C.(1-b.p.t.(t-p))$$

resulta evidente que como $b > 0$ y $p < t$, siempre es $C.(1-b.p.t.(t-p)) < C$; y es $F(C;t;p) > 0$ sólo si $1-b.p.t.(t-p) > 0$, lo que sucede sólo si $b.p.t.(t-p) < 1$, es decir: $b < 1/(p.t.(t-p))$. En tal caso, escribiremos $A(C;t;p) = C.(1-b.p.t.(t-p))$.

1.6 LEYES FINANCIERAS UNITARIAS

Como queda dicho, el que toda ley financiera sea homogénea de grado 1 respecto a la cuantía "C" del capital financiero es un chollo, pues conociendo la proyección del capital $(1;t)$, sin más que multiplicarla por "C" determinamos la proyección financiera del capital $(C;t)$. Se dice que una ley financiera es **unitaria** si expresa el capital sustituto del capital $(1;t)$ en el instante de valoración "p". Naturalmente, a la chepa de toda ley financiera $F(C;t;p)$ va pegada su correspondiente ley financiera unitaria, que denotaremos $F(t;p)$ .... y obtendremos $F(t;p)$ sin más que hacer $C = 1$ en la expresión matemática de $F(C;t;p)$.

Por ejemplo, la ley financiera unitaria $F(t;p)$ correspondiente a la ley no unitaria $F(C;t;p) = C + 0'3.C(p-t)$ es la $F(t;p) = F(1;t;p) = 1 + 0'3.(p-t)$.

Por ejemplo, la ley financiera unitaria $F(t;p)$ correspondiente a la ley no unitaria $F(C;t;p) = C.1'3^{p-t}$ es la $F(t;p) = F(1;t;p) = 1'3.^{p-t}$.

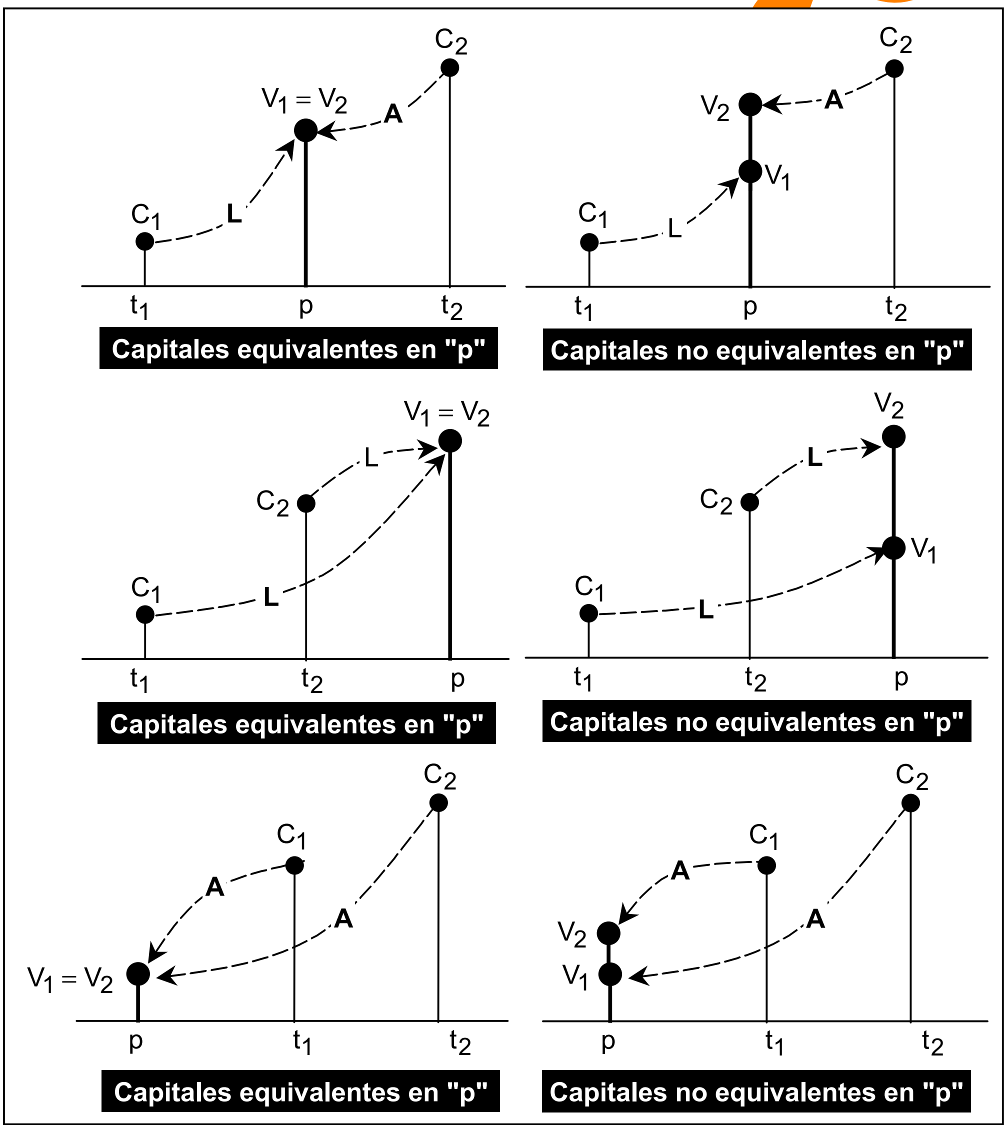
Observa atentamente

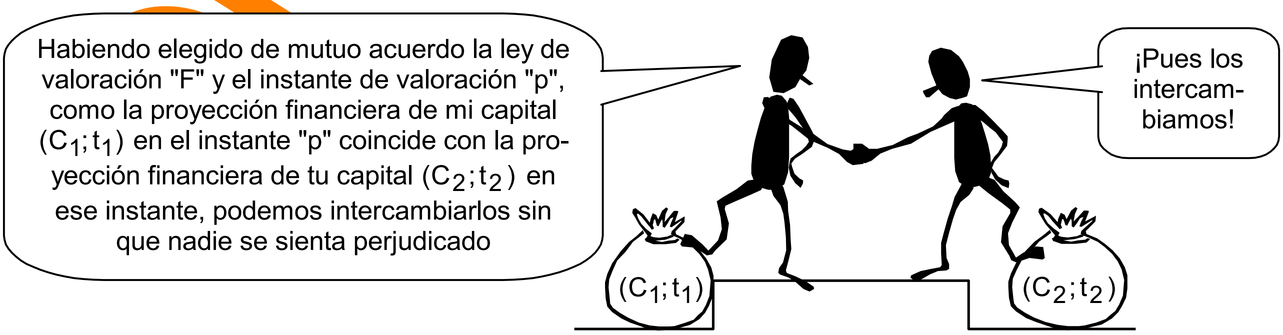
Siendo $F(t;p) = 1 + 0'3.(p-t)$ una ley unitaria de capitalización en el instante "p" $(p > t)$, como el valor de $F(t;p)$ sólo depende de la amplitud "$p-t$" del intervalo $(t;p)$, denotando "n" dicha amplitud $(n \equiv p-t > 0)$, podemos escribir $F(n) = 1 + 0'3.n$; que es la cuantía del capital financiero equivalente o sustituto del capital $(1;t)$ en el instante de valoración situado "n" unidades de tiempo a la **derecha** de "t".

Siendo $F(t;p) = 1'3.^{p-t}$ una ley unitaria de descuento en el instante "p" ($p < t$), como el valor de $F(t;p)$ sólo depende de la amplitud "$t - p$" del intervalo $[p;t]$, denotando "n" dicha amplitud ($n \equiv t - p > 0$), podemos escribir $F(n) = 1'3^{-n}$; que es la cuantía del capital financiero equivalente o sustituto del capital $(1;t)$ en el instante de valoración situado "n" unidades de tiempo a la **izquierda** de "t".

1.7 GÉNESIS DE UN PACTO FINANCIERO

Como queda dicho, todo intercambio de capitales financieros debe ser equilibrado, las dos personas que intervienen en el intercambio deben sentir igual cariño por los capitales intercambiados, deben considerarlos equivalentes; por eso, cuando dos personas se plantean la posibilidad de intercambiar sus respectivos capitales financieros $(C_1;t_1)$ y $(C_2;t_2)$, el procedimiento siempre es el mismo: eligen de común acuerdo la ley "F" de valoración de capitales que emplearán y el punto "p" de valoración; después determinan las proyecciones financieras $V_1 = F(C_1;t_1;p)$ y $V_2 = F(C_2;t_2;p)$ de ambos capitales en el punto "p", y el intercambio se produce sólo si $V_1 = V_2$.





1.8 SUMA DE CAPITALES FINANCIEROS

Dos capitales financieros sólo pueden sumarse si tienen el mismo vencimiento.

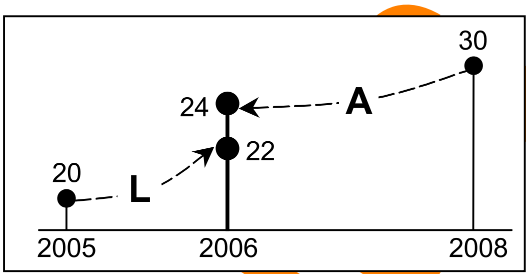
Por ejemplo, la suma de los capitales (10 € ; 2009) y (20 € ; 2009) es el capital (30 € ; 2009).

Los capitales (20 € ; 2005) y (30 € ; 2008) **no pueden sumarse directamente,** pues los euros del año 2005 no tienen igual valor que los del año 2008. Pero **pueden sumarse indirectamente: basta elegir una ley financiera "F" y calcular las respectivas proyecciones financieras de los diversos capitales en un instante de valoración "p", sumando después dichas proyecciones financieras.**

Por ejemplo, si la ley elegida es $F(C;t;p) = C.(1+0'1.(p-t))$ y se toma $p = 2006$ como punto de valoración de capitales, entonces, como

$$F(20;2005;2006) = 20.(1+0'1.(2006-2005) = 22 = L(20;2005;2006)$$
$$F(30;2008;2006) = 30.(1+0'1.(2006-2008) = 24 = A(30;2008;2006)$$

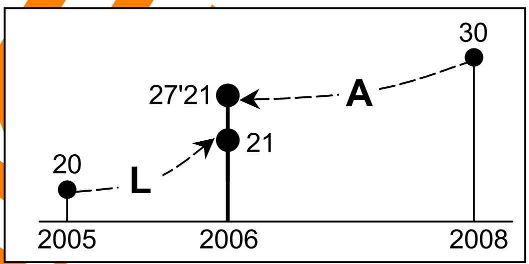
la suma de los capitales (20 € ; 2005) y (30 € ; 2008) según la ley "F" en el punto de valoración $p = 2006$ es el capital financiero (22+24 ; 2006) ≡ (46 ; 2006).



Por ejemplo, si la ley elegida es $F(C;t;p) = C.1'05^{p-t}$ y se toma $p = 2006$ como punto de valoración de capitales, entonces, como

$$F(20;2005;2006) = 20.1'05^{2006-2005} = 21 = L(20;2005;2006)$$
$$F(30;2008;2006) = 30.1'05^{2006-2008} = 27'21 = A(30;2008;2006)$$

la suma de los capitales (20 € ; 2005) y (30 € ; 2008) según la ley "F" en el punto de valoración $p = 2006$ es el capital financiero (21+ 27'21 ; 2006) ≡ (48'21 ; 2006).



Por ejemplo, si la ley elegida es $F(C;t;p) = \dfrac{C}{1+0'2.(t-p)}$ y se toma $p = 2006$ como punto de valoración de capitales, entonces, como

$$F(20;2005;2006) = \frac{20}{1+0'2.(2005-2006)} = 25 = L(20;2005;2006)$$
$$F(30;2008;2006) = \frac{30}{1+0'2.(2008-2006)} = 21'42 = A(30;2008;2006)$$

la suma de los capitales (20 € ; 2005) y (30 € ; 2008) según la ley "F" en el punto de valoración $p = 2006$ es el capital financiero (25+ 21'42 ; 2006) ≡ (46'42 ; 2006).

Naturalmente, cuando sumamos **indirectamente** capitales financieros con distinto vencimiento, el capital financiero resultante depende de cuál sea la ley de valoración "F" elegida y de cuál sea el punto (instante) "p" de valoración.

1.9 LOS DOS PUNTOS DE VISTA DE LA CAPITALIZACIÓN

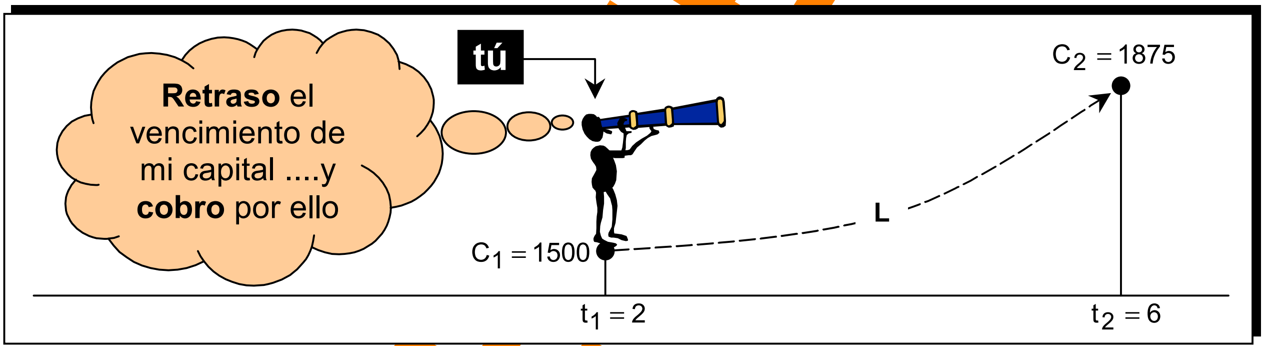
Imagina que vivimos en el año $t_1 = 2$ y que tienes una **cuantía** de $C_1 = 1500$€ en el bolsillo; o sea, eres propietario del **capital financiero** $(C_1 = 1500 ; t_1 = 2)$, que es un **capital presente,** pues el **vencimiento** de tus 1500 € coincide con el instante actual: **puedes disponer de ellos en este mismo instante** y gastártelos en pipas. Así las cosas, considera no te gustan las pipas y que, no teniendo nada mejor que hacer con tu capital presente $(C_1 = 1500 ; t_1 = 2)$, **renuncias a disponer de él en este instante,** y decides **diferir** (retrasar) su vencimiento si te pagan por tan enorme sacrificio.

Imagina que tu novi@ posee el **capital financiero** $(C_2 = 1875 ; t_2 = 6)$, que es un **capital futuro,** pues el **vencimiento** $t_2 = 6$ de sus 1875 € es posterior al instante actual: **no puede disponer de ellos en este mismo instante,** tiene que esperar $6 - 2 = 4$ años para poder disponer de la cuantía de 1875 €. Así las cosas, considera que tu novi@ es adict@ a las pipas y que, para poder comprar un saco ya mismo, quiere **anticipar** (adelantar) hasta el instante actual el vencimiento de su capital financiero futuro $(C_2 = 1875 ; t_2 = 6)$, estando dispuest@ a renunciar a parte de sus 1875 € por no tener que esperar 4 años hasta gozar con las pipas.

Imagina que, por considerar equivalentes los capitales financieros $(1500 ; 2)$ y $(1875 ; 6)$, los intercambiáis; o sea, el **capital presente** $(1500 ; 2)$ pasa a ser de tu novi@ y el **capital futuro** $(1875 ; 6)$ pasa a ser tuyo.

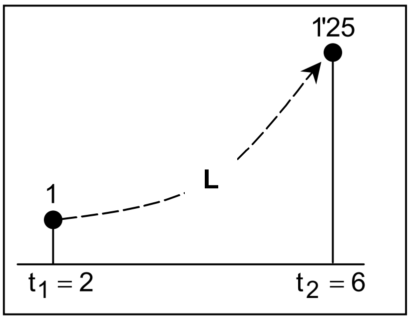
Naturalmente, el estudio de los intríngulis de este **intercambio no simultaneo** de capitales financieros puede plantearse desde tu punto de vista o desde el punto de vista de tu novi@ .... **Y EN AMBOS CASOS SE LLEVA EL AGUA AL MOLINO DE "LO UNITARIO".**

FRT desde tu punto de vista



- El número "u" tal que

$$u = \frac{C_2}{C_1} = \frac{1875}{1500} = 1'25$$



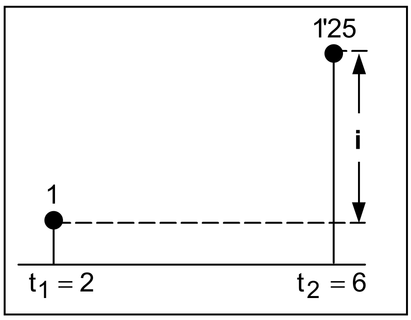
indica que recibes 1'25 € por **cada euro** que **retrasa** su vencimiento desde el instante $t_1 = 2$ hasta el instante $t_2 = 6$; o sea, el pacto viene a decir que cada euro del instante $t_1 = 2$ equivale a 1'25 euros del instante $t_2 = 6$:

$$(1500 ; 2) \approx (1875 ; 6) \Rightarrow (1 ; 2) \approx (1'25 ; 6)$$

De "u" se dice que es el **factor de capitalización** del intervalo $(t_1 = 2 ; t_2 = 6)$.

- El número "i" tal que

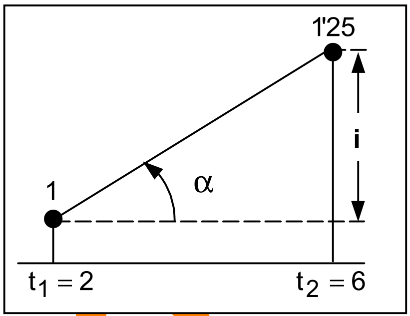
$$i = u - 1 = \frac{C_2}{C_1} - 1 = \frac{C_2 - C_1}{C_1} = \frac{1875 - 1500}{1500} = 0'25$$



indica que cobras 0'25 € por **cada euro** que **retrasa** su vencimiento desde el instante $t_1 = 2$ hasta el instante $t_2 = 6$. De "i" se dice que es el **rédito de capitalización** del intervalo $(t_1 = 2 ; t_2 = 6)$: expresa el aumento total de capital por cada euro que **difiere (retrasa)** su vencimiento desde el instante $t_1 = 2$ hasta el instante $t_2 = 6$.

- El número "ρ" tal que

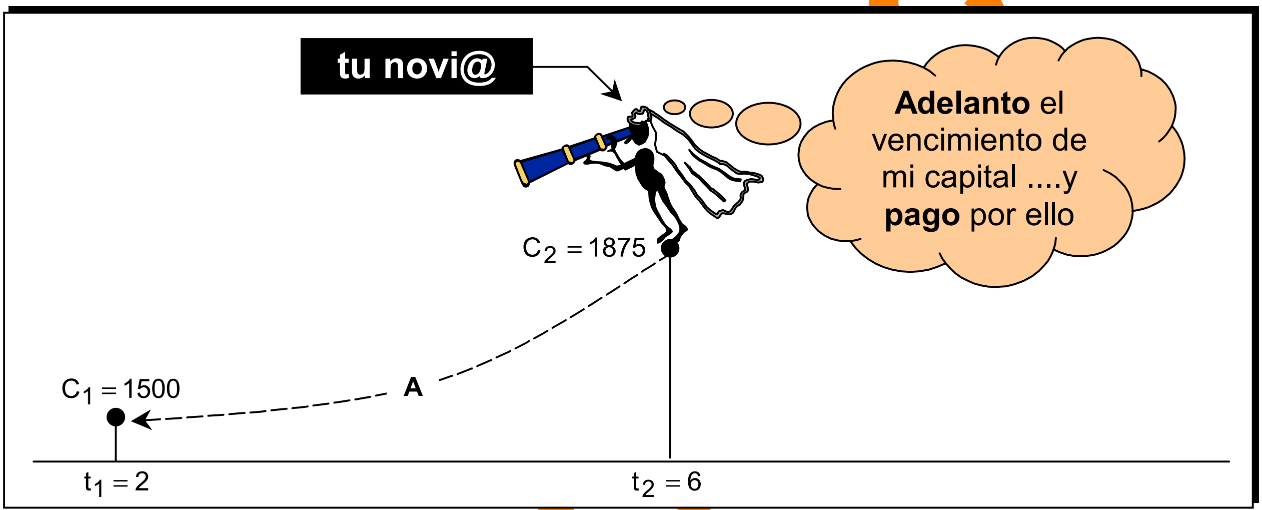
$$\rho = \frac{i}{t_2 - t_1} = \frac{\frac{1875-1500}{1500}}{6-2} = 0'0625 = \text{tg}\ \alpha$$



indica que cobras 0'0625 € anuales por **cada euro** que **retrasa** su vencimiento desde el instante $t_1 = 2$ hasta el instante $t_2 = 6$.

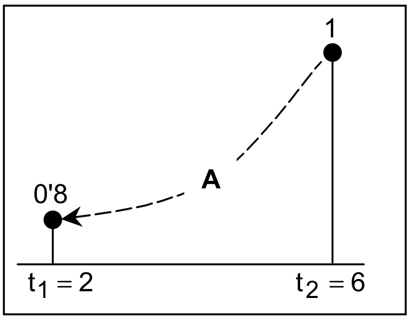
De "ρ" se dice que es el **tanto ordinario de capitalización** del intervalo $(t_1 = 2; t_2 = 6)$: expresa el **aumento anual** de capital por cada euro que **difiere (retrasa)** su vencimiento desde el instante $t_1 = 2$ hasta el instante $t_2 = 6$.

FRT desde el punto de vista de tu novi@



- El número u* tal que

$$u^* = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1500}{1875} = 0'8 = \frac{1}{u}$$



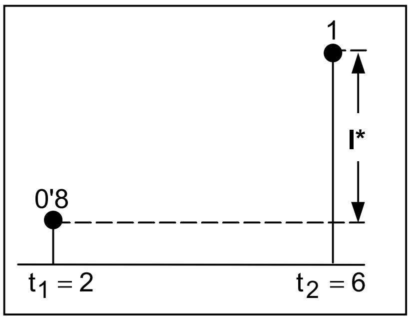
indica que tu novi@ recibe 0'8 € por **cada euro** que **adelanta** su vencimiento desde el instante $t_2 = 6$ hasta el instante $t_1 = 2$; o sea, el pacto viene a decir que cada euro del instante $t_2 = 6$ equivale a 0'8 euros del instante $t_1 = 2$:

$$(1500;2) \approx (1875;6) \Rightarrow (0'8;2) \approx (1;6)$$

De u* se dice que es el **factor de contracapitalización** del intervalo $(t_1 = 2; t_2 = 6)$: expresa la disminución total de capital por cada unidad de capital que **anticipa (adelanta)** su vencimiento desde el instante $t_2 = 6$ hasta el instante $t_1 = 2$.

- El número i* tal que

$$i^* = 1 - u^* = 1 - \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_2 - C_1}{C_2} = \frac{1875-1500}{1875} = 0'2$$



indica que tu novi@ paga 0'2 € por **cada euro** que **adelanta (anticipa)** su vencimiento desde el instante $t_2 = 6$ hasta el instante $t_1 = 2$.

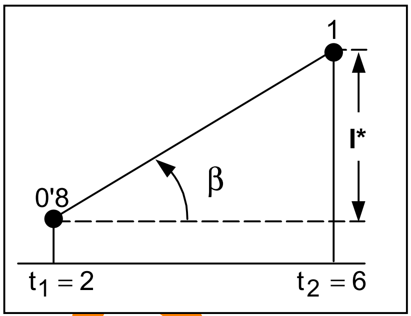
De i* se dice que es el **rédito de contracapitalización** del intervalo $(t_1 = 2; t_2 = 6)$: expresa la disminución total de capital por cada euro que **anticipa (adelanta)** su vencimiento desde el instante $t_2 = 6$ hasta el instante $t_1 = 2$.

- El número $\rho *$ tal que

$$\rho^* = \frac{i\,*}{t_2 - t_1} = \frac{\dfrac{1875 - 1500}{1500}}{6 - 2} = 0'05 = \mathrm{tg}\,\beta$$

indica que tu novi@ paga 0'05 € anuales por **cada euro** que **anticipa** su vencimiento desde el instante $t_2 = 6$ hasta el instante $t_1 = 2$.

De $\rho *$ se dice que es el **tanto ordinario de contracapitalización** del intervalo $(t_1 = 2; t_2 = 6)$: expresa el la **disminución anual** de capital por cada unidad de capital que **anticipa (adelanta)** su vencimiento desde el instante $t_2 = 6$ hasta el instante $t_1 = 2$.



La ley de capitalización simple

Considera que eres propietario del capital financiero $(C_1; t_1)$ y quieres **diferir su vencimiento** hasta un instante t_2 posterior a t_1. Así, las cosas, considera que intercambias tu capital $(C_1; t_1)$ por el capital $(C_2; t_2)$ propiedad de un banco, pactando que la ley de capitalización empleada es $C_2 = C_1.(1 + k.(t_2 - t_1))$, siendo $k > 0$, por lo que $C_2 > C_1$, pues $1 + k.(t_2 - t_1) > 1$, ya que $t_2 - t_1 > 0$. En tal caso, para el intervalo $(t_1; t_2)$, es:

$$u \equiv \text{Factor de capitalización} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{C_1.(1 + k.(t_2 - t_1))}{C_1} = 1 + k.(t_2 - t_1)$$

$$i \equiv \text{Rédito de capitalización} = u - 1 = (1 + k.(t_2 - t_1)) - 1 = k.(t_2 - t_1)$$

$$\rho \equiv \text{Tanto de capitalización} = \frac{i}{t_2 - t_1} = \frac{k.(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} = k$$

$$u^* \equiv \text{Factor de contracapitalización} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_1}{C_1.(1 + k.(t_2 - t_1))} = \frac{1}{1 + k.(t_2 - t_1)} = \frac{1}{u}$$

$$i^* \equiv \text{Rédito de contracapitalización} = 1 - u^* = 1 - \frac{1}{1 + k.(t_2 - t_1)} = \frac{k.(t_2 - t_1)}{1 + k.(t_2 - t_1)}$$

$$\rho^* \equiv \text{Tanto de contracapitalización} = \frac{i\,*}{t_2 - t_1} = \frac{k}{1 + k.(t_2 - t_1)}$$

La ley de capitalización compuesta

Considera que eres propietario del capital financiero $(C_1; t_1)$ y quieres **diferir su vencimiento** hasta un instante t_2 posterior a t_1, Así, las cosas, considera que intercambias tu capital $(C_1; t_1)$ por el capital $(C_2; t_2)$ propiedad de un banco, pactando que la ley de capitalización empleada es $C_2 = C_1.(1 + k)^{t_2 - t_1}$, siendo $k > 0$, por lo que $C_2 > C_1$, pues $(1 + k)^{t_2 - t_1} > 1$, ya que $1 + k > 1$ y $t_2 - t_1 > 0$. En tal caso, para el intervalo $(t_1; t_2)$, es:

$$u \equiv \text{Factor de capitalización} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{C_1.(1 + k)^{t_2 - t_1}}{C_1} = (1 + k)^{t_2 - t_1}$$

$$i \equiv \text{Rédito de capitalización} = u - 1 = (1 + k)^{t_2 - t_1} - 1$$

$$\rho \equiv \text{Tanto de capitalización} = \frac{i}{t_2 - t_1} = \frac{(1 + k)^{t_2 - t_1} - 1}{t_2 - t_1}$$

$$u^* \equiv \text{Factor de contracapitalización} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_1}{C_1.(1 + k)^{t_2 - t_1}} = (1 + k)^{-(t_2 - t_1)} = \frac{1}{u}$$

$$i^* \equiv \text{Rédito de contracapitalización} = 1 - u^* = 1 - (1 + k)^{-(t_2 - t_1)}$$

$$\rho^* \equiv \text{Tanto de contracapitalización} = \frac{i\,*}{t_2 - t_1} = \frac{1 - (1 + k)^{-(t_2 - t_1)}}{t_2 - t_1}$$

1.10 LOS DOS PUNTOS DE VISTA DEL DESCUENTO

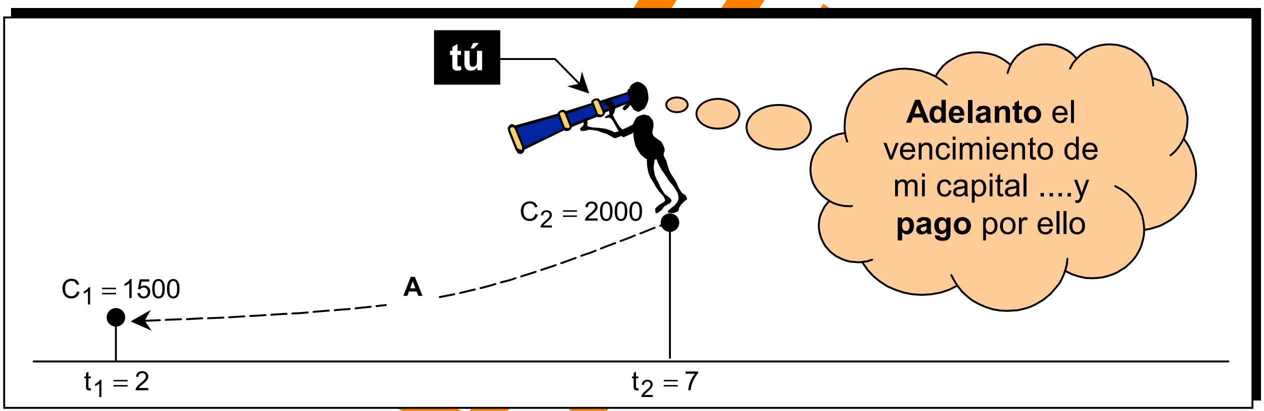
Imagina que vivimos en el año $t_1 = 2$ y que tu novi@ tiene una **cuantía** de $C_1 = 1500$€ en el bolsillo; o sea, es propietari@ del **capital financiero** $(C_1 = 1500; t_1 = 2)$, que es un **capital presente,** pues el **vencimiento** de sus 1500 € coincide con el instante actual: **puede dispone de ellos en este mismo instante** y gastárselos en sugus. Así las cosas, considera no le gustan los sugus y que, no teniendo nada mejor que hacer con su capital presente $(C_1 = 1500; t_1 = 2)$, **renuncia a disponer de él en este instante,** y decide **difererir** (retrasar) su vencimiento si le pagan por tan enorme sacrificio.

Imagina que posees el **capital financiero** $(C_2 = 2000; t_2 = 7)$, que es un **capital futuro,** pues el **vencimiento** $t_2 = 7$ de tus 2000 € es posterior al instante actual: **no puedes disponer de ellos en este mismo instante,** tienes que esperar $7 - 2 = 5$ años para poder disponer de la cuantía de 2000 €. Así las cosas, considera que eres adicto a los sugus y que, para poder comprarte un trailer ya mismo, quieres **anticipar** (adelantar) hasta el instante actual el vencimiento de tu capital financiero futuro $(C_2 = 2000; t_2 = 7)$, estando dispuesto a renunciar a parte de tus 2000 € por no tener que esperar 5 años hasta gozar con los sugus.

Imagina que, por considerar equivalentes los capitales financieros $(1500;2)$ y $(2000;7)$, los intercambiáis; o sea, el **capital presente** $(1500;2)$ pasa a ser tuyo y el **capital futuro** $(2000;7)$ pasa a ser de tu novi@,

Naturalmente, el estudio de los intríngulis de este **intercambio no simultaneo** de capitales financieros puede plantearse desde tu punto de vista o desde el punto de vista de tu novi@ .... **Y EN AMBOS CASOS SE LLEVA EL AGUA AL MOLINO DE "LO UNITARIO".**

FRT desde tu punto de vista

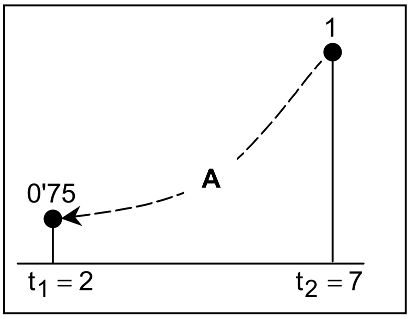


- El número "v" tal que

$$v = \frac{C_1}{C_2} = \frac{1500}{2000} = 0'75$$

indica que recibes 0'8 € por **cada euro** que **adelanta** su vencimiento desde el instante $t_2 = 7$ hasta el instante $t_1 = 2$; o sea, el pacto viene a decir que cada euro del instante $t_2 = 7$ equivale a 0'75 euros del instante $t_1 = 2$:

$$(1500;2) \approx (2000;7) \Rightarrow (0'75;2) \approx (1;7)$$

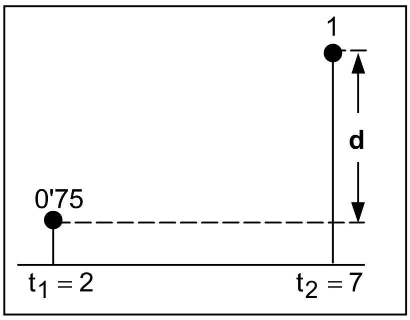


De "v" se dice que es el **factor de descuento** del intervalo $(t_1 = 2; t_2 = 7)$: expresa la disminución total de capital por cada unidad de capital que **anticipa (adelanta)** su vencimiento desde el instante $t_2 = 7$ hasta el instante $t_1 = 2$

- El número "d" tal que

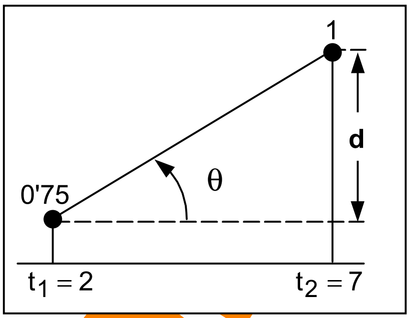
$$d = 1 - v = 1 - \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_2 - C_1}{C_2} = \frac{2000 - 1500}{2000} = 0'25$$

indica que pagas 0'25 € por **cada euro** que **adelanta** (anticipa) su vencimiento desde el instante $t_2 = 7$ hasta el instante $t_1 = 2$. De "d" se dice que es el **rédito de descuento** del intervalo $(t_1 = 2; t_2 = 7)$: expresa la disminución total de capital por cada euro que **anticipa (adelanta)** su vencimiento desde $t_2 = 7$ hasta $t_1 = 2$.



- El número "δ" tal que

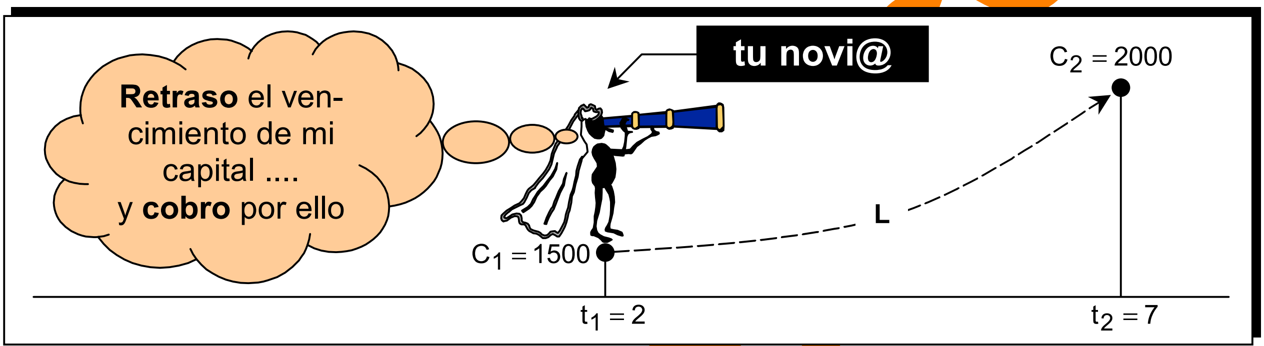
$$\delta=\frac{d}{t_2-t_1}=\frac{\frac{2000-1500}{2000}}{7-2}=0'05=\text{tg }\theta$$



indica que pagas 0'05 € anuales por **cada euro** que **anticipa** su vencimiento desde el instante $t_2=7$ hasta el instante $t_1=2$.

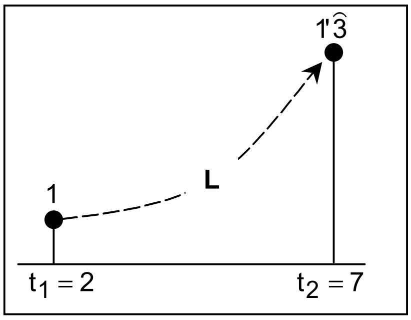
De "δ" se dice que es el **tanto ordinario de descuento** del intervalo $(t_1=2;t_2=7)$: expresa el la **disminución anual** de capital por cada unidad de capital que **anticipa (adelanta)** su vencimiento desde el instante $t_2=7$ hasta el instante $t_1=2$.

FRT desde el punto de vista de tu novi@



- El número v* tal que

$$v^*=\frac{C_2}{C_1}=\frac{2000}{1500}=1'\widehat{3}$$



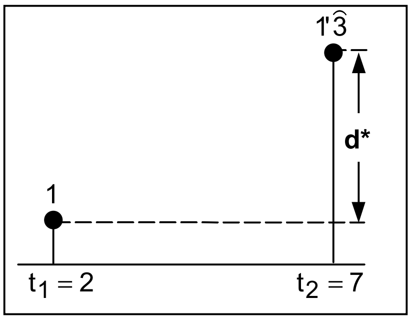
indica que tu novi@ recibe $1'\widehat{3}$ € por **cada euro** que **retrasa** su vencimiento desde el instante $t_1=2$ hasta el instante $t_2=7$; o sea, el pacto viene a decir que cada euro del instante $t_1=2$ equivale a $1'\widehat{3}$ euros del instante $t_2=7$:

$$(1500;2)\approx(2000;7)\Rightarrow(1;2)\approx(1'\widehat{3};7)$$

De v* se dice que es el **factor de contradescuento** del intervalo $(t_1=2;t_2=7)$.

- El número d* tal que

$$d^*=v^*-1=\frac{C_2}{C_1}-1=\frac{C_2-C_1}{C_1}=\frac{2000-1500}{1500}=0'\widehat{3}$$

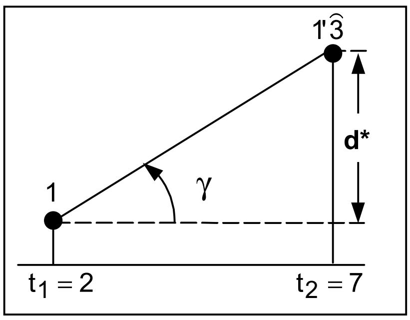


indica que tu novi@ cobra $0'\widehat{3}$ € por **cada euro** que **retrasa** su vencimiento desde el instante $t_1=2$ hasta el instante $t_2=7$.

De "i" se dice que es el **rédito de contradescuento** del intervalo $(t_1=2;t_2=7)$: expresa el aumento total de capital por cada euro que **difiere (retrasa)** su vencimiento desde $t_1=2$ hasta $t_2=7$.

. • El número δ* tal que

$$\delta^*=\frac{d^*}{t_2-t_1}=\frac{\frac{2000-1500}{1500}}{7-2}=0'0\widehat{6}=\text{tg }\gamma$$



indica que tu novi@ cobra $0'0\widehat{6}$ € anuales por **cada euro** que **retrasa** su vencimiento desde el instante $t_1=2$ hasta el instante $t_2=7$.

De δ* se dice que es el **tanto ordinario de contradescuento** del intervalo $(t_1=2;t_2=6)$: expresa el **aumento anual** de capital por cada euro que **difiere (retrasa)** su vencimiento desde el instante $t_1=2$ hasta el instante $t_2=7$.

La ley de descuento simple comercial

Considera que eres propietario del capital financiero $(C_2;t_2)$ y quieres **anticipar su vencimiento** hasta un instante t_1 anterior a t_2. Así, las cosas, considera que intercambias tu capital $(C_2;t_2)$ por el capital $(C_1;t_1)$ propiedad de un banco, pactando que la ley de descuento empleada es $C_1 = C_2.(1-k.(t_2-t_1))$, siendo $0 < k < 1/(t_2-t_1)$, por lo que $C_1 < C_2$, ya que $0 < 1-k.(t_2-t_1) < 1$.

En tal caso, para el intervalo $(t_1;t_2)$, es:

$$v \equiv \text{Factor de descuento} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_2.(1-k.(t_2-t_1))}{C_2} = 1-k.(t_2-t_1)$$

$$d \equiv \text{Rédito de descuento} = 1-v = 1-(1-k.(t_2-t_1)) = k.(t_2-t_1)$$

$$\delta \equiv \text{Tanto de descuento} = \frac{d}{t_2-t_1} = \frac{k.(t_2-t_1)}{t_2-t_1} = k$$

$$v^* \equiv \text{Factor de contradescuento} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{C_2}{C_2.(1-k.(t_2-t_1))} = \frac{1}{1-k.(t_2-t_1)} = \frac{1}{v}$$

$$d^* \equiv \text{Rédito de contradescuento} = v^*-1 = \frac{1}{1-k.(t_2-t_1)}-1 = \frac{k.(t_2-t_1)}{1-k.(t_2-t_1)}$$

$$\delta^* \equiv \text{Tanto de contradescuento} = \frac{d^*}{t_2-t_1} = \frac{k}{1-k.(t_2-t_1)}$$

La ley de descuento compuesto

Considera que eres propietario del capital financiero $(C_2;t_2)$ y quieres **anticipar su vencimiento** hasta un instante t_1 anterior a t_2. Así, las cosas, considera que intercambias tu capital $(C_2;t_2)$ por el capital $(C_1;t_1)$ propiedad de un banco, pactando que la ley de descuento empleada es $C_1 = C_2.(1-k)^{t_2-t_1}$, siendo $0 < k < 1$, por lo que $C_1 < C_2$, ya que $0 < (1-k)^{t_2-t_1} < 1$, pues $0 < 1-k < 1$ y $t_2-t_1 > 0$.

En tal caso, para el intervalo $(t_1;t_2)$, es:

$$v \equiv \text{Factor de descuento} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{C_2.(1-k)^{t_2-t_1}}{C_2} = (1-k)^{t_2-t_1}$$

$$d \equiv \text{Rédito de descuento} = 1-v = 1-(1-k)^{t_2-t_1}$$

$$\delta \equiv \text{Tanto de descuento} = \frac{d}{t_2-t_1} = \frac{(1-k)^{t_2-t_1}}{t_2-t_1}$$

$$v^* \equiv \text{Factor de contradescuento} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{C_2}{C_2.(1-k)^{t_2-t_1}} = (1-k)^{-(t_2-t_1)} = \frac{1}{v}$$

$$d^* \equiv \text{Rédito de contradescuento} = v^*-1 = (1-k)^{-(t_2-t_1)}-1 =$$

$$\delta^* \equiv \text{Tanto de contradescuento} = \frac{d^*}{t_2-t_1} = \frac{(1-k)^{-(t_2-t_1)}-1}{t_2-t_1}$$

La ley de descuento racional

Considera que eres propietario del capital financiero $(C_2;t_2)$ y quieres **anticipar su vencimiento** hasta un instante t_1 anterior a t_2. Así, las cosas, considera que intercambias tu capital $(C_2;t_2)$ por el capital $(C_1;t_1)$ propiedad de un banco, pactando que la ley de descuento empleada es $C_1 = \dfrac{C_2}{1+k.(t_2-t_1)}$, siendo $k>0$, por lo que $C_1 < C_2$, ya que $1+k.(t_2-t_1)>1$, pues $t_2>t_1$.

En tal caso, para el intervalo $(t_1;t_2)$, es:

$$v \equiv \text{Factor de descuento} = \frac{C_1}{C_2} = \frac{\dfrac{C_2}{1+k.(t_2-t_1)}}{C_2} = \frac{1}{1+k.(t_2-t_1)}$$

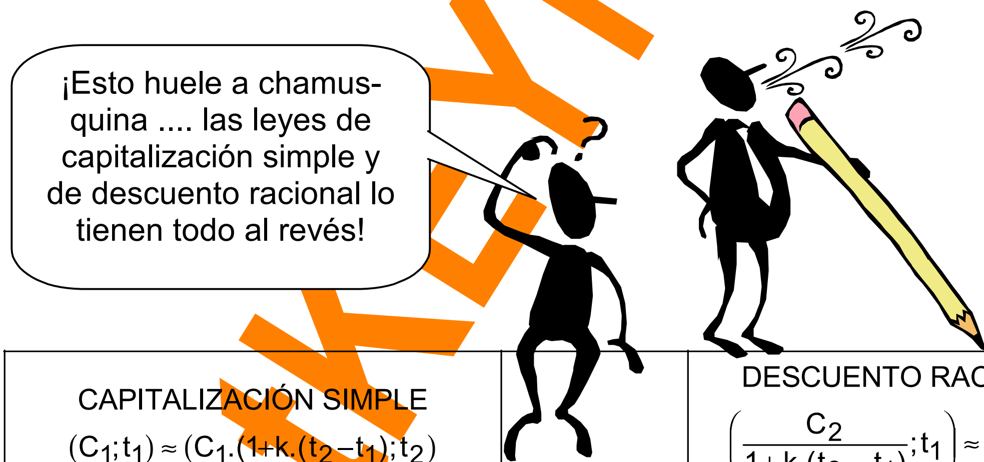
$$d \equiv \text{Rédito de descuento} = 1-v = 1-\frac{1}{1+k.(t_2-t_1)} = \frac{k.(t_2-t_1)}{1+k.(t_2-t_1)}$$

$$\delta \equiv \text{Tanto de descuento} = \frac{d}{t_2-t_1} = \frac{k}{1+k.(t_2-t_1)}$$

$$v^* \equiv \text{Factor de contradescuento} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{C_2}{\dfrac{C_2}{1+k.(t_2-t_1)}} = 1+k.(t_2-t_1) = \frac{1}{v}$$

$$d^* \equiv \text{Rédito de contradescuento} = v^*-1 = (1+k.(t_2-t_1))-1 = k.(t_2-t_1)$$

$$\delta^* \equiv \text{Tanto de contradescuento} = \frac{d^*}{t_2-t_1} = \frac{k.(t_2-t_1)}{t_2-t_1} = k$$



CAPITALIZACIÓN SIMPLE $(C_1;t_1) \approx (C_1.(1+k.(t_2-t_1));t_2)$		DESCUENTO RACIONAL $\left(\dfrac{C_2}{1+k.(t_2-t_1)};t_1\right) \approx (C_2;t_2)$
Factor de capitalización "u"	$1+k.(t_2-t_1)$	Factor de contradescuento v^*
Rédito de capitalización "i"	$k.(t_2-t_1)$	Rédito de contradescuento d^*
Tanto de capitalización "ρ"	k	Tanto de contradescuento δ^*
Factor de contracapitalización u^*	$\dfrac{1}{1+k.(t_2-t_1)}$	Factor de descuento "v"
Rédito de contracapitalización i^*	$\dfrac{k.(t_2-t_1)}{1+k.(t_2-t_1)}$	Rédito de descuento "d"
Tanto de contracapitalización ρ^*	$\dfrac{k}{1+k.(t_2-t_1)}$	Tanto de descuento δ