

DIPLOMATURA EN EMPRESARIALES

MATEMATICAS 1º

FUNCIONES DE UNA VARIABLE

193 PREGUNTAS DE TEST

INDICE

Dominios de definición de funciones	2
Límite y continuidad de funciones	4
Derivación de funciones	6
Optimización de funciones	12

REGLAS SAGRADAS DEL CÁLCULO

- 1) Prohibido dividir por cero; es un gran pardillo el que diga que el cociente $7/0$ es infinito, pues tal cociente no tiene sentido matemático.
- 2) El logaritmo (en cualquier base) de un número no positivo (≤ 0) no es un número real.
- 3) Toda raíz de índice par de un número negativo no es un número real.

SE HACE SABER

Será inmisericordemente suspendido ipso facto todo el que viole una Regla Sagrada; caerán sobre él toneladas de desprestigio y deshonor, y el estigma de tan ignominioso acto apestará la honra de su linaje por los siglos de los siglos.



Dominios de definición de funciones

- 01) El dominio de $f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ es: a) $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$; b) $[-3; 3]$; c) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
- 02) El dominio de la función $f(x) = \frac{1+x}{x^3 - x^2}$ es: a) $\text{Dom.}(f) = \mathbb{R} - \{2, -1, 2\}$; b) $\text{Dom.}(f) = \mathbb{R} - \{0, 1\}$; c) $\text{Dom.}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$
- 03) El dominio de la función $f(x) = 3\sqrt{1+x^2}$ es: a) $\text{Dom.}(f) = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$; b) $\text{Dom.}(f) = \mathbb{R} - \{3\}$; c) $\text{Dom.}(f) = \mathbb{R}$
- 04) El dominio de la función $f(x) = \sqrt{(x-2)^2/(1-x)}$ es: a) $(-\infty; 1) \cup \{2\}$; b) $[-2; +\infty)$; c) $[1; 2)$
- 05) El dominio de la función $f(x) = \sqrt{(x+2)/(x-1)}$ es: a) $(-\infty; 1] \cup [2; +\infty)$; b) $(-\infty; -2] \cup (1; +\infty)$; c) $(-\infty; 1] \cup (2; +\infty)$
- 06) El dominio de $f(x) = \text{Ln}(x^2 - 4)$ es: a) $(-\infty; -2] \cup [2; +\infty)$; b) $(-2; 2)$; c) $(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
- 07) El dominio de la función $f(x) = \sqrt{\text{Ln}(x-1)}$ es: a) $\text{Dom.}(f) = (1; +\infty)$; b) $\text{Dom.}(f) = [2; +\infty)$; c) $\text{Dom.}(f) = (2; +\infty)$
- 08) El dominio de la función $f(x) = 1/\sqrt{x+3}$ es: a) $\text{Dom.}(f) = (1; +\infty)$; b) $\text{Dom.}(f) = [-3; +\infty)$; c) $\text{Dom.}(f) = (-3; +\infty)$
- 09) El dominio de la función $f(x) = \text{Ln}(2^x - 1)$ es: a) $\text{Dom.}(f) = (\text{Ln } 2; +\infty)$; b) $\text{Dom.}(f) = \mathbb{R} - \{0\}$; c) $\text{Dom.}(f) = (0; 2)$
- 10) El dominio de la función $f(x) = \text{Ln}|9 - x^2|$ es: a) $(3; +\infty)$; b) $\mathbb{R} - \{-3, 3\}$; c) $(-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
- 11) El dominio de la función $f(x) = x/(\text{Ln } x)^2$ es: a) $\text{Dom.}(f) = (0; 1) \cup (1; +\infty)$; b) $\text{Dom.}(f) = \mathbb{R}^+$; c) $\text{Dom.}(f) = \mathbb{R}$
- 12) El dominio de la función $f(x) = \sqrt{\text{Ln}(x^4 + 1)}$ es: a) $\text{Dom.}(f) = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; b) $\text{Dom.}(f) = \mathbb{R}^+$; c) $\text{Dom.}(f) = \mathbb{R}$
- 13) Sea la función $f(x) = \frac{e^{-x}}{x-3}$. Es: a) $f(3) = 0$; b) $f(3) = +\infty$; c) No existe $f(3)$
- 14) Sea la función $f(x) = x \cdot \text{Ln}(x+2)$. Es: a) $f(-2) = 0$; b) $f(-2) = +\infty$; c) No existe $f(-2)$
- 15) El dominio de $f(x) = \sqrt{(\text{Ln}(x-1))^2}$ es: a) $[1; +\infty)$; b) $(1; +\infty)$; c) \mathbb{R}
- 16) El dominio de la función $f(x) = 1/(3 + |x-2|)$ es: a) \mathbb{R} ; b) $\mathbb{R} - \{3\}$; c) $\mathbb{R} - \{2\}$
- 17) El dominio de la función $f(x) = \text{Ln} \sqrt{1+x^4}$ es: a) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$; b) $\{x \in \mathbb{R} / x > 0\}$; c) \mathbb{R}
- 18) El dominio de la función $f(x) = \frac{x}{x - \sqrt{2} \cdot x}$ es: a) $(0; +\infty)$; b) $[0; +\infty)$; c) $\mathbb{R}^+ - \{2\}$
- 19) El dominio de la función $f(x) = \sqrt{|x+2|}$ es: a) $(0; +\infty)$; b) $[0; +\infty)$; c) \mathbb{R}
- 20) Los costes fijos para la función de coste total $C(x) = 2 \cdot e^x + k$ ($k \geq 0$) valen: a) k ; b) 7, si $k = 5$; c) 0, si $k = 0$
- 21) En un proceso productivo, el coste fijo es 16, y el coste variable viene dado por la función $\text{CV}(x) = 3 \cdot e^x - 3$. La función de coste total es: a) $C(x) = 3 \cdot e^x + 13$; b) $C(x) = 3 \cdot e^x + 16$; c) $C(x) = 19 \cdot e^x - 3$
- 22) La gráfica de una función $y = f(x)$ es el subconjunto de \mathbb{R}^2 definido por:
a) $\{(x; f(x)) \in \mathbb{R}^2 / x \in \text{Dom.}(f)\}$; b) $\{(f(x); x) \in \mathbb{R}^2 / x \in \text{Dom.}(f)\}$; c) $\{(x; f(x)) \in \mathbb{R}^2 / x = f(x)\}$
- 23) Se venden 15 ilusiones si su precio unitario es 20 u.m. y 20 ilusiones si su precio unitario es 15 u.m. La ecuación de demanda lineal es: a) $y = (20 - 15) \cdot p + (15 - 20)$; b) $y = 2 \cdot p + 7$; c) $y = 35 - p$
- 24) Siendo $f(x) = \begin{cases} 3 \cdot x^2 & \text{si } x \leq 2 \\ 14 - x & \text{si } x > 2 \end{cases}$, es: a) $(f \circ f)(1) = 11$; b) $(f \circ f)(1) = 3$; c) $(f \circ f)(1) = 5$
- 25) Sean $f(x) = x^2$ y $g(x) = 1 + 3 \cdot x$; es: a) $(f \circ g)(x) = x^2 + 3 \cdot x^3$; b) $(f \circ g)(x) = (1 + 3 \cdot x)^2$; c) $(f \circ g)(x) = 9 \cdot x^2 + 1$
- 26) Sean $f(x) = x^2 - 1$ y $g(x) = 2 \cdot x$; es: a) $(g \circ f)(x) = 2 \cdot x^2 - 2$; b) $(g \circ f)(x) = 2 \cdot x^3 - 2 \cdot x$; c) $(g \circ f)(x) = 4 \cdot x^2 - 1$
- 27) El dominio de la función $f(x) = 1/(3 - |x-2|)$ es: a) \mathbb{R} ; b) $\mathbb{R} - \{-1, 5\}$; c) $\mathbb{R} - \{1, 3\}$
- 28) El dominio de $f(x) = 1/(3 - \text{Ln } x)$ es: a) $\mathbb{R}^+ - \{e^{-3}\}$; b) $\mathbb{R}^+ - \{e^3\}$; c) $\mathbb{R}^+ - \{3\}$
- 29) El dominio de $f(x) = 1/(5 + \text{Ln } x)$ es: a) $\mathbb{R}^+ - \{e^{-5}\}$; b) $\mathbb{R}^+ - \{e^5\}$; c) $\mathbb{R}^+ - \{5\}$
- 30) El dominio de $f(x) = 1/\text{Ln}|x|$ es: a) $\mathbb{R} - \{0, 1\}$; b) $\mathbb{R} - \{0\}$; c) $\mathbb{R} - \{-1, 0, 1\}$
- 31) El dominio de $f(x) = 1/\text{Ln}|x-2|$ es: a) $\mathbb{R} - \{1, 2\}$; b) $\mathbb{R} - \{2\}$; c) $\mathbb{R} - \{1, 2, 3\}$
- 32) El dominio de $f(x) = 1/\text{Ln}|x+3|$ es: a) $\mathbb{R} - \{-4, -3, -2\}$; b) $\mathbb{R} - \{-3\}$; c) $\mathbb{R} - \{-3, -2\}$
- 33) El dominio de $f(x) = \sqrt[5]{1/\text{Ln}|x+4|}$ es: a) $\mathbb{R} - \{-5, -4, -3\}$; b) $\mathbb{R} - \{-4\}$; c) $\mathbb{R} - \{-5, -4\}$
- 34) El dominio de $f(x) = 1/(2 - \log_3 x)$ es: a) $\mathbb{R}^+ - \{2\}$; b) $\mathbb{R}^+ - \{3\}$; c) $\mathbb{R}^+ - \{9\}$
- 35) El dominio de $f(x) = 1/(2 + \log_4(x-3))$ es: a) $[3; +\infty)$; b) $(3; +\infty)$; c) $(3; 49/16) \cup (49/16; +\infty)$
- 36) El dominio de $f(x) = 1/\log_5(1 - x^2)$ es: a) $(-5; 5)$; b) $(-1; 0) \cup (0; 1)$; c) $(-1; 1)$
- 37) El dominio de $f(x) = 1/(9 - 3^x)$ es: a) $\mathbb{R} - \{3\}$; b) $\mathbb{R} - \{2\}$; c) $\mathbb{R} - \{2, 3\}$
- 38) El dominio de $f(x) = 1/(4 - 2^{2 \cdot x})$ es: a) $\mathbb{R} - \{4\}$; b) $\mathbb{R} - \{2\}$; c) $\mathbb{R} - \{1\}$
- 39) El dominio de $f(x) = \sqrt{1 + \text{Ln } x}$ es: a) $[1/e; +\infty)$; b) \mathbb{R}^+ ; c) $(1/e; +\infty)$
- 40) El dominio de $f(x) = \sqrt{1 + \text{Ln } x}$ es: a) $[1/e; +\infty)$; b) \mathbb{R}^+ ; c) $(1/e; +\infty)$
- 41) El dominio de $f(x) = \sqrt[3]{1 + \text{Ln } x}$ es: a) $[1/e; +\infty)$; b) \mathbb{R}^+ ; c) $(1/e; +\infty)$
- 42) El dominio de $f(x) = \sqrt{1 + \text{Ln}(2 - x)}$ es: a) $(-\infty; 2)$; b) $(-\infty; 2 + e^{-1})$; c) $(-\infty; 2 - e^{-1})$

Solución

- 01) $f(x) = \sqrt{9 - x^2} \in \mathbb{R}$ si $9 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow -3 \leq x \leq 3$
- 02) La correcta es la b), pues el denominador se anula en los puntos 0 y 1.
- 03) La correcta es la c), pues $1 + x^2 > 0$ para todo valor de "x".
- 04) La correcta es la a), pues $(x - 2)^2 / (1 - x) \geq 0$ si $x = 2$ ó $x < 1$.
- 05) La correcta es la b), pues $(x + 2)/(x - 1) \geq 0$ si $x \leq -2$ ó $x > 1$.
- 06) $f(x) = \text{Ln}(x^2 - 4) \in \mathbb{R}$ si $x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x^2 > 4 \Rightarrow x < -2$ ó $x > 2$.
- 07) La correcta es la b): $f(x) = \sqrt{\text{Ln}(x - 1)} \in \mathbb{R}$ si $\begin{cases} x > 1, \text{ para que } \text{Ln}(x - 1) \in \mathbb{R} \\ x \geq 2, \text{ para que } \text{Ln}(x - 1) \geq 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 2$
- 08) La correcta es la c): $f(x) = 1/\sqrt{x + 3} \in \mathbb{R}$ si $x \geq -3$ ($\Rightarrow \sqrt{x + 3} \in \mathbb{R}$) y $x \neq -3$.
- 09) $f(x) = \text{Ln}(2^x - 1) \in \mathbb{R}$ si $2^x - 1 > 0 \Rightarrow 2^x > 1 \Rightarrow x > \text{Ln} 2$
- 10) La correcta es la b), pues $|9 - x^2| > 0$ salvo si $x = 3$ ó $x = -3$.
- 11) $f(x) = x/(\text{Ln} x)^2 \in \mathbb{R}$ si $x > 0$ (para que $\text{Ln} x \in \mathbb{R}$) y $x \neq 1$ (para que no se anule el denominador de "f(x)") \Rightarrow la correcta es la a).
- 12) La correcta es la c), pues como $1 + x^4 \geq 1$, es $\text{Ln}(1 + x^4) \geq \text{Ln} 1 = 0$.
- 13) La correcta es la c), violación de la primera RS.
- 14) La correcta es la c), violación de la tercera RS.
- 15) La correcta es la b): $f(x) = \sqrt{(\text{Ln}(x - 1))^2} \in \mathbb{R}$ si $x > 1$, para que $\text{Ln}(x - 1) \in \mathbb{R}$
- 16) La correcta es la a), pues $3 + |x - 2|$ no se anula para ningún valor de "x".
- 17) La correcta es la c), pues $\sqrt{1 + x^4}$ es positivo para todo "x".
- 18) $f(x) = x/(x - \sqrt{2} \cdot x) \in \mathbb{R}$ si $x \geq 0$ (para que $\sqrt{2} \cdot x \in \mathbb{R}$) y $x \neq 0$ y $x \neq 2$ (para que no se anule el denominador de "f(x)") \Rightarrow la correcta es la c).
- 19) La correcta es la c), pues $|x + 2| \geq 0$ para todo "x".
- 20) La correcta es la b): $C(0) = 2 \cdot e^0 + k = 2 + k$, que vale 7 si $k = 7$.
- 21) La correcta es la a): suma del coste fijo y del coste variable.
- 22) La correcta es la a).
- 23) Recta que pasa por los puntos $(p = 20; y = 15)$ y $(p = 15; y = 20)$ es $y = 35 - p$:
$$\frac{p - 20}{20 - 15} = \frac{y - 15}{15 - 20} \Rightarrow p - 20 = 15 - y \Rightarrow y = 35 - p$$
- 24) La correcta es la a): $(f \circ f)(1) = f(f(1)) = f(3 \cdot 1) = f(3) = 14 - 3 = 11$
- 25) La correcta es la b): $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(3 \cdot x) = (1 + 3 \cdot x)^2$
- 26) La correcta es la a): $(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2 - 1) = 2 \cdot (x^2 - 1)$
- 27) $f(x) = 1/(3 - |x - 2|) \in \mathbb{R}$ si $3 - |x - 2| \neq 0 \Rightarrow |x - 2| \neq 3 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 \neq 3 \Rightarrow x \neq 5 \\ x - 2 \neq -3 \Rightarrow x \neq -1 \end{cases}$
- 28) La correcta es la b): $f(x) = 1/(3 - \text{Ln} x) \in \mathbb{R}$ si $x > 0$ (para que $\text{Ln} x \in \mathbb{R}$) y $x \neq e^3$ (para que no se anule el denominador: $3 - \text{Ln} x \neq 0 \Rightarrow \text{Ln} x \neq 3 \Rightarrow x \neq e^3$).
- 29) La correcta es la a): $f(x) = 1/(5 + \text{Ln} x) \in \mathbb{R}$ si $x > 0$ (para que $\text{Ln} x \in \mathbb{R}$) y $x \neq e^{-5}$ (para que no se anule el denominador: $5 + \text{Ln} x \neq 0 \Rightarrow \text{Ln} x \neq -5 \Rightarrow x \neq e^{-5}$).
- 30) La correcta es la c): $f(x) = 1/\text{Ln}|x| \in \mathbb{R}$ si $x \neq 0$ (para que $\text{Ln}|x| \in \mathbb{R}$) y $x \neq \pm 1$ (para que no se anule el denominador: $\text{Ln}|x| \neq 0 \Rightarrow |x| \neq e^0 = 1 \Rightarrow x \neq \pm 1$).
- 31) $f(x) = 1/\text{Ln}|x - 2| \in \mathbb{R}$ si $x \neq 2$ (para que $\text{Ln}|x - 2| \in \mathbb{R}$) y $x \neq 13$, para que no se anule el denominador:
$$\text{Ln}|x - 2| \neq 0 \Rightarrow |x - 2| \neq e^0 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 \neq 1 \Rightarrow x \neq 3 \\ x - 2 \neq -1 \Rightarrow x \neq 1 \end{cases}$$
- 32) $f(x) = 1/\text{Ln}|x + 3| \in \mathbb{R}$ si $x \neq -3$ (para que $\text{Ln}|x + 3| \in \mathbb{R}$) y $x \neq -4, -2$, para que no se anule el denominador:
$$\text{Ln}|x + 3| \neq 0 \Rightarrow |x + 3| \neq e^0 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x + 3 \neq 1 \Rightarrow x \neq -2 \\ x + 3 \neq -1 \Rightarrow x \neq -4 \end{cases}$$
- 33) $f(x) = 5/\sqrt{1/\text{Ln}|x + 4|} \in \mathbb{R}$ si $x \neq -4$ (para que $\text{Ln}|x + 4| \in \mathbb{R}$) y $x \neq -5, -3$, para que no se anule el denominador:
$$\text{Ln}|x + 4| \neq 0 \Rightarrow |x + 4| \neq e^0 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x + 4 \neq 1 \Rightarrow x \neq -3 \\ x + 4 \neq -1 \Rightarrow x \neq -5 \end{cases}$$
- 34) La correcta es c): $f(x) = 1/(2 - \log_3 x) \in \mathbb{R}$ si $x > 0$ (para que $\log_3 x \in \mathbb{R}$) y $x \neq 8$ (para que no se anule el denominador: $2 - \log_3 x \neq 0 \Rightarrow \log_3 x \neq 2 \Rightarrow x \neq 3^2 = 9$).
- 35) $f(x) = 1/(2 + \log_4(x - 3)) \in \mathbb{R}$ si $x > 3$ (para que $\log_4(x - 3) \in \mathbb{R}$), y $x \neq 49/16$, para que no se anule el denominador:
$$2 + \log_4(x - 3) \neq 0 \Rightarrow \log_4(x - 3) \neq -2 \Rightarrow x - 3 \neq 4^{-2} = 1/16 \Rightarrow x \neq 49/16$$
- 36) $f(x) = 1/\log_5(1 - x^2) \in \mathbb{R}$ si $-1 < x < 1$ (para que $\log_5(1 - x^2) \in \mathbb{R}$) y $x \neq 0$, para que no se anule el denominador:
$$\log_5(1 - x^2) \neq 0 \Rightarrow 1 - x^2 \neq 5^0 = 1 \Rightarrow x \neq 0$$
- 37) $f(x) = 1/(9 - 3^x) \in \mathbb{R}$ si no se anula el denominador: $9 - 3^x \neq 0 \Rightarrow 3^x \neq 9 \Rightarrow \log_3 3^x \neq \log_3 9 \Rightarrow x \neq \log_3 9 = 2$

38) $f(x) = 1/(4 - 2^{2 \cdot x}) \in \mathfrak{R}$ si $4 - 2^{2 \cdot x} \neq 0 \Rightarrow 2^{2 \cdot x} \neq 4 \Rightarrow \log_2 2^{2 \cdot x} \neq \log_2 4 \Rightarrow 2 \cdot x \neq \log_2 4 \Rightarrow 2 \cdot x \neq 2 \Rightarrow x \neq 1$

39) La correcta es la a):

$$f(x) = \sqrt{1 + \ln x} \in \mathfrak{R} \text{ si } \left. \begin{array}{l} x > 0, \text{ para que } \ln x \in \mathfrak{R} \\ 1 + \ln x \geq 0, \text{ para que } \sqrt{1 + \ln x} \in \mathfrak{R} \end{array} \right\} \Rightarrow x \geq 1/e$$

$$\boxed{1 + \ln x \geq 0 \Rightarrow \ln x \geq -1 \Rightarrow x \geq e^{-1} = 1/e}$$

40) $f(x) = \sqrt{|1 + \ln x|} \in \mathfrak{R}$ si $x > 0$, para que $\ln x \in \mathfrak{R}$.

41) $f(x) = \sqrt[3]{1 + \ln x} \in \mathfrak{R}$ si $x > 0$, para que $\ln x \in \mathfrak{R}$.

42) La correcta es la c):

$$f(x) = \sqrt{1 + \ln(2 - x)} \in \mathfrak{R} \text{ si } \left. \begin{array}{l} 2 - x > 0 \Rightarrow x < 2 \\ 1 + \ln(2 - x) \geq 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x \leq 2 - e^{-1}$$

$$\boxed{1 + \ln(2 - x) \geq 0 \Rightarrow \ln(2 - x) \geq -1 \Rightarrow 2 - x \geq e^{-1} \Rightarrow x \leq 2 - e^{-1}}$$

Límite y continuidad de funciones

01) El límite de $\frac{6-x}{3+e^{1/x}}$ cuando $x \rightarrow 0^+$: a) Es 0 ; b) Es 2 ; c) No existe

02) El límite de $\frac{6-x}{3+e^{1/x}}$ cuando $x \rightarrow 0^-$: a) Es 0 ; b) Es 2 ; c) No existe

03) El límite de $\ln(x+5)^2$ cuando $x \rightarrow -4$: a) Es 1 ; b) Es 0 ; c) No existe

04) El límite de $\frac{1}{e^{1/x} - x}$ cuando $x \rightarrow 0^+$ es: a) 0 ; b) $-\infty$; c) $+\infty$

05) El límite $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\ln x}$ vale: a) $+\infty$; b) $-\infty$; c) 0

06) El límite $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-\ln x}$ vale: a) 0 ; b) $+\infty$; c) $-\infty$

07) Sea la función $f(x) = x^2 - \ln x^3$; es: a) $f(0) = +\infty$; b) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$; c) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$

08) Si $\lim_{x \rightarrow 3} u(x) = 1/5$ y $\lim_{x \rightarrow 3} v(x) = -\infty$, el límite $\lim_{x \rightarrow 3} (u(x))^{v(x)}$: a) Es una indeterminación ; b) Es $+\infty$; c) Es $-\infty$

09) Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} u(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow +\infty} v(x) = 0$, el límite $\lim_{x \rightarrow +\infty} (u(x))^{v(x)}$: a) Es 0 ; b) Es $+\infty$; c) Es una indeterminación

10) Sea una función $y = f(x)$ tal que $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = f(4)$:

- a) $f(3) = f(4) \Rightarrow f(x)$ es continua en $x = 3$; b) $f(3) \neq f(4) \Rightarrow f(x)$ no es continua en $x = 3$, ni en $x = 3$
c) $f(x)$ no es continua en $x = 3$

11) Sea una función $y = f(x)$ tal que $f(7) = f(8)$:

- a) $f(x)$ continua $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 7} f(x) = \lim_{x \rightarrow 8} f(x)$; b) $\lim_{x \rightarrow 7} f(x) = \lim_{x \rightarrow 8} f(x) \Rightarrow f(x)$ es continua en $x = 7$ y en $x = 8$
c) $\lim_{x \rightarrow 7} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 8} f(x) \Rightarrow f(x)$ no es continua en $x = 7$ ni en $x = 8$

12) La función $y = (x^2 - 9)/(x^2 + 9)$:

- a) Es continua en todo \mathfrak{R} ; b) Tiene por dominio $\mathfrak{R} - \{-3, 3\}$; c) No es continua en los puntos 3 y -3

13) Sean $u(x)$ y $v(x)$ funciones reales cuyos respectivos límites en el infinito son 0 y $-\infty$. El límite $\lim_{x \rightarrow \infty} (u(x))^{v(x)}$

- a) Es 0 ; b) Es $+\infty$; c) Es una indeterminación

14) Sean $u(x)$ y $v(x)$ funciones reales cuyos respectivos límites en el infinito son 0 y $+\infty$. El límite $\lim_{x \rightarrow \infty} (u(x))^{v(x)}$

- a) Es 0 ; b) Es $+\infty$; c) Es una indeterminación

15) Si $\lim_{x \rightarrow 5} u(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow 5} v(x) = +\infty$, el límite $\lim_{x \rightarrow 5} (v(x))^{u(x)}$

- a) Es ∞ ; b) Es 0 ; c) Es una indeterminación

16) La función $f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{si } x \leq 1 \\ 2 \cdot x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

- a) Es continua en \mathfrak{R} ; b) No es continua en $x = 1$; c) No es continua cuando $x < 1$

17) La función $f(x) = \begin{cases} 2 \cdot x & \text{si } x < 0 \\ x^2 & \text{si } 0 \leq x < 1, \text{ es continua en: } \\ 1 + \sqrt{x-1} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ a) \mathfrak{R} ; b) $\mathfrak{R} - \{1\}$; c) $\mathfrak{R} - \{0, 1\}$

18) El límite de $1 + \ln x$ si $x \rightarrow 0^+$: a) Es 0 ; b) Es $-\infty$; c) No existe

19) El límite de $x + \ln(2 - x)$ si $x \rightarrow 2^-$: a) Es $-\infty$; b) Es 2 ; c) No existe

20) El límite de $\ln(x^2 + x)$ si $x \rightarrow 0^-$: a) Es 1 ; b) Es 0 ; c) No existe

21) El límite de $\ln(x^3 - x)$ si $x \rightarrow 0^-$ es: a) 0 ; b) $-\infty$; c) $+\infty$

22) El límite de $x^{1/x}$ si $x \rightarrow 0^+$ es: a) 0 ; b) $-\infty$; c) $+\infty$

- 23) El límite de $(1-x)^{1/(x-1)}$ si $x \rightarrow 1^-$ es: a) 0 ; b) $-\infty$; c) $+\infty$
 24) El límite de $\ln(x^2 - x)$ si $x \rightarrow 0^-$: a) Es $-\infty$; b) Es 0 ; c) No existe
 25) El límite de $\ln(x^2 - x)$ si $x \rightarrow 1^-$: a) Es $-\infty$; b) Es 0 ; c) No existe
 26) El límite de $\ln(x^2 + x)$ si $x \rightarrow -1^-$: a) Es $-\infty$; b) Es 0 ; c) No existe
 27) El límite de $\ln(1 - x^2)$ si $x \rightarrow -1^+$: a) Es $-\infty$; b) Es 0 ; c) No existe
 28) El límite de $\ln(4 - x^2)$ si $x \rightarrow 2^+$: a) Es $-\infty$; b) Es 0 ; c) No existe
 29) El límite de $\sqrt{x^2 - x}$ si $x \rightarrow 0^-$: a) Es $-\infty$; b) Es 0 ; c) No existe
 30) El límite de $\sqrt{x^2 + 2x}$ si $x \rightarrow -2^+$: a) Es $-\infty$; b) Es 0 ; c) No existe
 31) El límite de $\sqrt{3x - x^2}$ si $x \rightarrow 3^+$: a) Es $-\infty$; b) Es 0 ; c) No existe
 32) El límite de $\sqrt{4x - x^2}$ si $x \rightarrow 4^-$: a) Es $-\infty$; b) Es 0 ; c) No existe
 33) El límite de $\sqrt{-4x - x^2}$ si $x \rightarrow -4^-$: a) Es $-\infty$; b) Es 0 ; c) No existe

Solución

01) Si $x \rightarrow 0^+ \Rightarrow \frac{2-x}{2-e^{1/x}} \rightarrow \frac{2}{2-e^{1/0^+}} = \frac{2}{2-e^{+\infty}} = \frac{2}{2-(+\infty)} = \frac{2}{-\infty} = 0$

02) Si $x \rightarrow 0^- \Rightarrow \frac{2-x}{2-e^{1/x}} \rightarrow \frac{2}{2-e^{1/0^-}} = \frac{2}{2-e^{-\infty}} = \frac{2}{2-0} = 1$

03) Si $x \rightarrow -1 \Rightarrow \ln(x+2)^2 \rightarrow \ln(-1+2)^2 = \ln 1 = 0$

04) Si $x \rightarrow 0^+ \Rightarrow \frac{1}{e^{1/x} - x} \rightarrow \frac{1}{e^{1/0^+} - 0^+} = \frac{1}{e^{+\infty} + \infty} = \frac{1}{+\infty} = 0$

05) Si $x \rightarrow 0^+ \Rightarrow x \ln x^2 \rightarrow (0^+)^{-\infty} = \frac{1}{(0^+)^{+\infty}} = \frac{1}{0^+} = +\infty$

06) Si $x \rightarrow 0^+ \Rightarrow x^{-\ln x^2} \rightarrow (0^+)^{+\infty} = 0$

07) La a) es falsa (pues $f(0) = 0 - \ln 0 \notin \mathbb{R}$).

La b) es correcta: si $x \rightarrow 0^+ \Rightarrow x - \ln x^3 \rightarrow 0^+ - (-\infty) = +\infty$

La c) es falsa: si $x \rightarrow 0^- \Rightarrow x - \ln x^3 \notin \mathbb{R}$, pues $x^3 < 0$ si $x \rightarrow 0^-$.

08) La b) es correcta: si $x \rightarrow 3 \Rightarrow (f(x))^{g(x)} \rightarrow (1/5)^{-\infty} = 5^{+\infty} = +\infty$

09) La correcta es la c): indeterminación de la forma 0^0 .

10) La correcta es la a).

11) La correcta es la a): si "f" es continua en "7", sucede que $f(7)$ coincide con el límite de "f" en "7"; y si "f" es continua en "8", sucede que $f(8)$ coincide con el límite de "f" en "8". Por tanto, si $f(7) = f(8)$, el límite de "f" en "7" coincide con el límite de "f" en "8".

12) La correcta es la a), pues el denominador no se anula en ningún punto.

13) La b) es correcta: si $x \rightarrow \infty \Rightarrow (u(x))^{v(x)} \rightarrow (0)^{-\infty} = 1/0^{+\infty} = +\infty$

14) La a) es correcta: si $x \rightarrow \infty \Rightarrow (u(x))^{v(x)} \rightarrow (0)^{+\infty} = 0$.

15) La correcta es la c).

16) La correcta es la b), pues los límites laterales de "f" en el punto $x = 1$ no son iguales:

- si $x \rightarrow 1^- \Rightarrow f(x) = \ln x \rightarrow \ln 1 = 0$

- si $x \rightarrow 1^+ \Rightarrow f(x) = (2x - 1) \rightarrow 1$

17) La correcta es la a).

18) Si $x \rightarrow 0^+ \Rightarrow 1 + \ln x \rightarrow 1 + \ln 0^+ = 1 + (-\infty) = -\infty$

19) Si $x \rightarrow 2^- \Rightarrow x + \ln(2-x) \rightarrow 2 + \ln 0^+ = 2 + (-\infty) = -\infty$

20) Si $x \rightarrow 0^- \Rightarrow \ln(x^2 + x) \rightarrow \ln 0^- \notin \mathbb{R}$

21) Si $x \rightarrow 0^- \Rightarrow \ln(x^3 - x) \rightarrow \ln 0^+ = -\infty$

22) Si $x \rightarrow 0^+ \Rightarrow x^{1/x} \rightarrow (0^+)^{+\infty} = 0$

23) Si $x \rightarrow 1^- \Rightarrow (1-x)^{1/(x-1)} \rightarrow (0^+)^{-\infty} = 1/(0^+)^{+\infty} = 1/0^+ = +\infty$

24) Si $x \rightarrow 0^- \Rightarrow \ln(x^2 - x) \rightarrow \ln 0^+ = -\infty$

25) Si $x \rightarrow 1^- \Rightarrow \ln(x^2 - x) \rightarrow \ln 0^- \notin \mathbb{R}$

$u(x) = x^2 - x \equiv$ parábola \cup que corta al eje de abcisas en "0" y "1".
 Por tanto, si $x \rightarrow 1^- \Rightarrow (x^2 - x) \rightarrow 0^- \Rightarrow \ln(x^2 - x) \rightarrow \ln 0^- \notin \mathbb{R}$

26) Si $x \rightarrow -1^- \Rightarrow \ln(x^2 + x) \rightarrow \ln 0^+ = -\infty$

$u(x) = x^2 + x \equiv$ parábola \cup que corta al eje de abcisas en "-1" y "0".
 Por tanto, si $x \rightarrow -1^- \Rightarrow (x^2 + x) \rightarrow 0^+ \Rightarrow \ln(x^2 + x) \rightarrow \ln 0^+ = -\infty$

27) Si $x \rightarrow -1^+ \Rightarrow \ln(1-x^2) \rightarrow \ln 0^+ = -\infty$

$u(x) = 1-x^2 \equiv$ parábola \cap que corta al eje de abcisas en "-1" y "1".
Por tanto, si $x \rightarrow -1^+ \Rightarrow (1-x^2) \rightarrow 0^+ \Rightarrow \ln(1-x^2) \rightarrow \ln 0^+ = -\infty$

28) Si $x \rightarrow 2^+ \Rightarrow \ln(4-x^2) \rightarrow \ln 0^- \notin \mathfrak{R}$

$u(x) = 4-x^2 \equiv$ parábola \cap que corta al eje de abcisas en "-2" y "2".
Por tanto, si $x \rightarrow 2^+ \Rightarrow (4-x^2) \rightarrow 0^- \Rightarrow \ln(4-x^2) \rightarrow \ln 0^- \notin \mathfrak{R}$

29) Si $x \rightarrow 0^- \Rightarrow \sqrt{x^2-x} \rightarrow \sqrt{0^+} = 0$

30) Si $x \rightarrow -2^+ \Rightarrow \sqrt{x^2+2x} \rightarrow \sqrt{0^-} \notin \mathfrak{R}$

$u(x) = x^2+2x \equiv$ parábola \cup que corta al eje de abcisas en "-2" y "0".
Por tanto, si $x \rightarrow -2^+ \Rightarrow (x^2+2x) \rightarrow 0^- \Rightarrow \sqrt{x^2+2x} \rightarrow \sqrt{0^-} \notin \mathfrak{R}$

31) Si $x \rightarrow 3^+ \Rightarrow \sqrt{3x-x^2} \rightarrow \sqrt{0^-} \notin \mathfrak{R}$

$u(x) = 3x-x^2 \equiv$ parábola \cap que corta al eje de abcisas en "0" y "3".
Por tanto, si $x \rightarrow 3^+ \Rightarrow (3x-x^2) \rightarrow 0^- \Rightarrow \sqrt{3x-x^2} \rightarrow \sqrt{0^-} \notin \mathfrak{R}$

32) Si $x \rightarrow 4^- \Rightarrow \sqrt{4x-x^2} \rightarrow \sqrt{0^+} = 0$

$u(x) = 4x-x^2 \equiv$ parábola \cap que corta al eje de abcisas en "0" y "4".
Por tanto, si $x \rightarrow 4^- \Rightarrow (4x-x^2) \rightarrow 0^+ \Rightarrow \sqrt{4x-x^2} \rightarrow \sqrt{0^+} = 0$

33) Si $x \rightarrow -4^- \Rightarrow \sqrt{-4x-x^2} \rightarrow \sqrt{0^-} \notin \mathfrak{R}$

$u(x) = -4x-x^2 \equiv$ parábola \cap que corta al eje de abcisas en "-4" y "0".
Por tanto, si $x \rightarrow -4^- \Rightarrow (-4x-x^2) \rightarrow 0^- \Rightarrow \sqrt{-4x-x^2} \rightarrow \sqrt{0^-} \notin \mathfrak{R}$

Derivación de funciones

01) Si la función $f: \mathfrak{R} \mapsto \mathfrak{R}$ es continua en el punto "c", entonces:

a) Nunca es derivable en "c" ; b) Puede ser derivable en "c" ; c) Siempre es derivable en "c"

02) Si la función $f: \mathfrak{R} \mapsto \mathfrak{R}$ es derivable en "c", las derivadas laterales en "c":

a) No existen ; b) Son iguales a $f'(c)$; c) Son iguales pero distintas de $f'(c)$

03) Si $\lim_{z \rightarrow 3^+} \frac{f(z)-f(3)}{z-3} = 5$ y la función $f(z)$ es derivable en $z=3$, entonces:

a) $f'(3) = f(3)$; b) $\lim_{z \rightarrow 3^-} \frac{f(z)-f(3)}{z-3} = 5$; c) $\lim_{z \rightarrow 3} f(z) = 5$

04) La función $f(x) = |(x-2)/(x+1)|$:

a) No es derivable en $x=-1$; b) Es derivable en $x=-1$; c) No es derivable en $x=0$

05) Sea $y = f(x)$ tal que $f'(4) = 5$:

a) $y = f(x)$ es continua en $x=4$ y además $f(4) = 4$
b) $y = f(x)$ es continua en $x=4$; c) $y = f(x)$ no es continua en $x=4$

06) La función $f(x) = |x-2|$: a) Es continua y derivable en $x=2$; b) Es derivable en $x=2$; c) No es derivable en $x=2$

07) La derivada n-ésima de la función $f(x) = e^{-2x}$ es:

a) $f^{(n)}(x) = e^{-2x}$; b) $f^{(n)}(x) = (-2)^n \cdot e^{-2x}$; c) $f^{(n)}(x) = (-2)^{n+1} \cdot e^{-2x}$

08) El coste marginal en un proceso productivo cuando se producen 6 unidades de producto es 3 \$/ud, entonces, aproximadamente:

a) El coste de producir 6 unidades es de 3 \$; b) El coste de producir 6 unidades es de 3 \$ por unidad
c) La variación de coste al pasar de producir 6 a 7 unidades es 3 \$

09) El ingreso marginal si se venden 30 unidades vale 4 \$/ud. Si las ventas aumentan a 32 unidades, el ingreso

a) Disminuye aproximadamente en 8 \$; b) Aumenta aproximadamente en 8 \$; c) Ni aumenta ni disminuye

10) Si la función $f: \mathfrak{R} \mapsto \mathfrak{R}$ no es derivable en el punto "c":

a) Nunca es continua en "c" ; b) Siempre es continua en "c" ; c) Puede ser continua en "c"

11) La función $f(x) = \begin{cases} 2+x^2 & \text{si } x < 0 \\ -x+2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$

a) Tiene derivada nula en $x=0$; b) No es derivable en $x=0$; c) En $x=0$ tiene derivada 0 ó -1

12) Si cuando se fabrican 70 unidades de producto el coste total es de 1000 \$ y el coste marginal es de 20 \$/ud, el coste total aproximado de fabricar 73 unidades es: a) 1060 \$; b) 1210 \$; c) 1160 \$

13) Sea una función de ingreso $I(x)$, donde "x" es el número de unidades vendidas e $I(x)$ viene dado en dólares. Si la tasa de cambio es 6 cuando "x" varía de 3 a 9 unidades:

a) El ingreso aumenta en 6 \$; b) El ingreso aumenta en 36 \$; c) El ingreso es de 36 \$

- 14) En el punto $x = 2$, la función $f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < 2 \\ 3 \cdot x - 1 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$: a) Es derivable ; b) Es continua ; c) No es continua
- 15) Sea $B(x) = -x^2 + 70 \cdot x$ la función de beneficio de una empresa donde "x" es el número de cientos de unidades producidas. La tasa de cambio si se pasa de producir 5.000 a 5.200 unidades es: a) 8 ; b) -32 ; c) 32
- 16) La derivada de $f: \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}$ en el punto $x = 4$ es -7:
 a) La pendiente de la recta tangente a la curva en el punto $x = 4$ es -7
 b) La ecuación de cualquier recta tangente es $y = 4 \cdot x - 7$
 c) La ecuación de cualquier recta tangente es $y = 4 \cdot x + 7$
- 17) La ecuación de la tangente de la curva $y = x^2 - 5 \cdot x$ en $x = 2$ es: a) $y = -x - 2$; b) $y = x + 2$; c) $y = x - 2$
- 18) La ecuación de la tangente de la curva $y = e^x$ en $x = 0$ es: a) $y = 1 + x$; b) $y = x$; c) $y = 1 - x$
- 19) La tasa de cambio de una función de beneficio cuando se pasa de producir 30 a 33 unidades es 15 \$/ud. El incremento en el beneficio es de
 a) 15 \$; b) 15 \$ por cada unidad de incremento en la producción ; c) 15 \$ por cada 3 unidades producidas
- 20) Sea $C(x)$ la función de coste de una empresa dada en u.m., donde "x" es el número de unidades producidas. Si la tasa de cambio vale 3 cuando "x" varía de 5 a 7 unidades, el empresario aumenta su coste en:
 a) 3 u.m ; b) 2 u.m ; c) 6 u.m
- 21) La recta tangente a la curva $y = e^{1-x^2}$ en el punto $x = 1$ es: a) $y = 2 \cdot x$; b) $y = e \cdot x - 1$; c) $y = 3 - 2 \cdot x$
- 22) Sea $Y = 4 \cdot L^{1/4}$ una función de producción, donde L es el trabajo. El incremento aproximado de la producción cuando L pasa de 16 a 18 es: a) 1/4 ; b) 4 ; c) 16
- 23) En $x = 0$, la función $f(x) = \begin{cases} x^3 & \text{si } x > 0 \\ 5 \cdot x + 1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$: a) Es continua y derivable ; b) Es continua ; c) No es derivable
- 24) Sea una función $y = f(x)$ tal que $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = 9$:
 a) $f(x)$ es continua en $\mathbb{R} - \{6\}$; b) $f(x)$ es continua en $x = 6$; c) $f(x)$ no es continua en $x = 6$
- 25) La derivada n-ésima de la función $y = e^{x/5}$ es: a) $(e^{x/5})^n$; b) $(1/5)^n \cdot e^{x/5}$; c) $5^n \cdot e^{x/5}$
- 26) La función de beneficio de una empresa es $B(x) = 50 \cdot x - x^2$, donde "x" es el número de unidades producidas. El incremento aproximado del beneficio si se pasa de producir 10 a 12 unidades, es: a) 40 ; b) 80 ; c) 60
- 27) El límite $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{\ln(x-1)} - \frac{1}{x-2} \right)$ es: a) 1/2 ; b) 1 ; c) 2
- 28) La función $y = (x-1)^{2/3}$
 a) Es derivable y continua en $x = 1$; b) Es continua y no derivable en $x = 1$
 c) No es continua ni derivable en $x = 1$
- 29) La función de beneficio de una empresa es $B(x) = 50 \cdot x - x^2$, donde "x" es el número de unidades producidas. El beneficio marginal cuando $x = 5$ es: a) 25 ; b) 5 ; c) 40
- 30) La función de utilidad de un consumidor $U(x) = 16/x$, donde "x" es el número de unidades consumidas. La utilidad marginal cuando $x = 4$ es: a) -4 ; b) -1 ; c) -2
- 31) El límite $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (2^{1/x} - 1)$ es: a) 3 ; b) $\ln 2$; c) 2^3
- 32) El límite $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x \ln x}$ es: a) 1/2 ; b) 1 ; c) 2
- 33) El límite $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x-2} - 1}{\sqrt{x+2} - 2}$ es: a) 1 ; b) 4 ; c) 1/4
- 34) Si la derivada de una función "f" en el punto $x = 2$ es 0, la ecuación de la recta tangente a la curva en $x = 2$ es:
 a) $y = 2$; b) $y = -x$; c) $y - f(2) = 0$
- 35) El límite $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2 \cdot x} - 2}{e^{x-2} - 1}$ es: a) 1 ; b) 2 ; c) 1/2
- 36) La función $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2/x & \text{si } x > 1 \end{cases}$ es derivable en: a) Todo \mathbb{R} ; b) $x = 1$; c) $\mathbb{R} - \{1\}$
- 37) La función $f(x) = e^{|x-1|}$ es derivable: a) $\forall x \in \mathbb{R}$; b) Si $x \neq 1$; c) En $x = 1$
- 38) El coste marginal de una empresa es $CMA(x) = 2 \cdot x^2$ \$/ud., donde "x" es el número de cientos de unidades producidas. El incremento aproximado en el coste total si el número de unidades producidas pasa de 800 a 1000, es:
 a) 200 \$; b) 256 \$; c) 123 \$
- 39) Sea la función de coste $C(x) = x^2 + 3 \cdot x$, donde "x" representa las unidades producidas. La tasa de cambio si la producción pasa de 6 a 8 unidades, es: a) 32 ; b) -32 ; c) 34
- 40) Si $f(x) = x^2 + x$, el valor de $(f \circ f)'(1)$ es: a) 2 ; b) 15 ; c) -15
- 41) La derivada $f'(a)$ representa:
 a) El ángulo de la recta tangente a "f" el punto $(a; f(a))$ con el eje OX
 b) La tangente de ángulo que con el eje de abscisas forma de la recta tangente a la función en el punto $(a; f(a))$
 c) La pendiente de todas las rectas tangentes

- 42) Si $f(x) = x^3$, es: a) $d^2f(x) = 3 \cdot x^2 \cdot dx$; b) $d^2f(x) = 6 \cdot x \cdot dx$; c) $d^2f(x) = 6 \cdot dx$
- 43) El límite $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 6 \cdot x)^{3/x}$ vale: a) 0 ; b) e^{-18} ; c) e^{18}
- 44) Sean $p(x)$ y $q(x)$ polinomios de grado tres. La función $f(x) = p(x)/q(x)$
a) No tiene asíntotas horizontales ; b) Tiene una asíntota horizontal ; c) Tiene dos asíntotas horizontales
- 45) Sean $p(x)$ y $q(x)$ polinomios de grado 2 y 3 respectivamente. La función racional $f(x) = p(x)/q(x)$
a) No tiene más de 3 asíntotas verticales ; b) Tiene 1 ó 2 asíntotas verticales ; c) Tiene 2 asíntotas verticales
- 46) La función $f(x) = \frac{\ln x}{1 + x^2}$:
a) No tiene asíntotas horizontales ; b) Tiene una asíntota vertical ; c) Tiene dos asíntotas horizontales
- 47) La función $f(x) = x^5/(x^4 + 1)$:
a) No tiene asíntotas ; b) Tiene una asíntota vertical ; c) Tiene la asíntota oblicua $y = x$
- 48) La función $f(x) = x^3/(x^2 + 1)$ tiene la asíntota oblicua: a) $y = x$; b) $y = x - 1$; c) $y = x + 1$
- 49) La función $f(x) = |\ln(x - 1)|$:
a) Tiene la asíntota vertical $x = 1$; b) Tiene la asíntota horizontal $y = 1$; c) No tiene asíntotas
- 50) Si $f(x) = x^3/g(x)$, con $g(x)$ continua tal que $g(3) = 9$: a) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 1$; b) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = x^3/3$; c) $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 3$
- 51) Si la función "f" tiene una asíntota horizontal:
a) No tiene asíntotas oblicuas ; b) Puede tener otra asíntota horizontal o una oblicua ; c) No tiene más asíntotas
- 52) Si $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = \infty$, la función "f" tiene:
a) Una asíntota horizontal en $x = -3$; b) Una asíntota vertical en $x = -3$; c) Una asíntota oblicua
- 53) Si $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 5$, la función "f" tiene:
a) Una asíntota horizontal en $y = 5$; b) Una asíntota vertical en $y = 5$; c) Una asíntota en el infinito
- 54) Sea la función $f(x) = x^2/(9 - x^2)$:
a) $y = 1$ es una asíntota horizontal ; b) $x = 3$ es una asíntota vertical ; c) $y = x + 2$ es una asíntota oblicua
- 55) Sea la función $f(x) = 5 \cdot x^2/(9 - x^2)$:
a) $y = 5$ es una asíntota horizontal ; b) $x = 5$ es una asíntota vertical ; c) $y = 5 \cdot x + 2$ es una asíntota oblicua
- 56) Una función $y = f(x)$ tiene las asíntotas horizontales $y = -4$ e $y = 2$. La función $y = |f(x)|$ tiene por asíntotas horizontales las rectas: a) $y = 4$ e $y = -2$; b) $y = -4$ e $y = 2$; c) $y = 4$ e $y = 2$
- 57) Si la función $y = f(x)$ tiene por asíntotas verticales las rectas $x = 4$ y $x = -6$, la función $y = -f(x)$ tiene por asíntotas verticales las rectas: a) $x = 4$ y $x = -6$; b) $x = -4$ y $x = 6$; c) $x = -4$ y $x = -6$
- 58) Una función $y = f(x)$ puede tener
a) Más de 2 asíntotas horizontales ; b) Más de 2 asíntotas verticales ; c) Más de dos asíntotas oblicuas
- 59) Si $f(x) = x^3$, es: a) $df(x) = 3 \cdot x^2 \cdot dx$; b) $df(x) = 6 \cdot x \cdot dx$; c) $df(x) = 6 \cdot dx$
- 60) La función $y = e^{-x}$ es:
a) Cóncava hacia arriba y creciente ; b) Cóncava hacia arriba decreciente ; c) Cóncava hacia abajo y creciente
- 61) La función $y = -\ln x$
a) Es creciente y cóncava hacia abajo ; b) Es decreciente y cóncava hacia arriba
c) Es creciente y tiene la asíntota $y = 0$
- 62) Si $x = 2$ es un punto de inflexión decreciente de una función "f", entonces: a) $f'(2) = 0$; b) $f'(2) \leq 0$; c) $f'(2) < 0$
- 63) La curva $f(x) = x^a$ ($x > 0$) es cóncava hacia arriba: a) Si $a > 1$; b) Si $a < 0$ ó $a > 1$; c) Para todo $a \in \mathbb{R}$
- 64) La curva $y = x \cdot e^x$
a) Tiene la asíntota horizontal $y = 0$; b) Tiene la asíntota vertical $x = 0$, c) Es cóncava hacia arriba en su dominio
- 65) La función $y = a \cdot x^4$ es cóncava hacia arriba: a) Si $a > 0$; b) Si $a < 0$; c) Para todo $a \in \mathbb{R}$
- 66) Si la función $y = f(x)$ es decreciente en el punto "c":
a) $f'(c) < 0$; b) $f'(c) > 0$; c) Su tasa de cambio en "c" es negativa
- 67) La función $y = e^{-a \cdot x}$ ($a > 0$) es:
a) Cóncava hacia arriba y creciente ; b) Cóncava hacia arriba y decreciente ; c) Cóncava hacia abajo y creciente
- 68) La función $y = e^x$: a) Es creciente ; b) No tiene puntos de inflexión ; c) No está definida si $x < 0$
- 69) La función $f(x) = x^{n+1}$ ($n \geq 2$)
a) Tiene puntos de inflexión cuando $n = \text{par}$; b) Tiene puntos de inflexión cuando $n = \text{impar}$; c) Tiene asíntotas
- 70) La función $f(x) = 1/x^5$
a) Tiene asíntotas y puntos de inflexión ; b) Tiene asíntotas y no tiene puntos de inflexión
c) No tiene asíntotas y tiene puntos de inflexión
- 71) Sea "f" una función derivable y creciente en un punto "c": a) $f'(c) \geq 0$; b) $f'(c) > 0$; c) $f'(x) > 0$
- 72) Sea $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una función derivable dos veces. Los candidatos a puntos de inflexión con tangente horizontal de la función $f(x) = x \cdot g(x)$ se hallan resolviendo las ecuaciones:
a) $g(x) + x \cdot g'(x) = 0$; $2 \cdot g'(x) + x \cdot g''(x) = 0$; b) $g(x) + g'(x) = 0$; $2 \cdot g'(x) + x \cdot g''(x) = 0$
c) $g(x) + x \cdot g'(x) = 0$; $g'(x) + x \cdot g''(x) = 0$

73) La función $y = a + a \cdot x - x^2$ es cóncava hacia abajo: a) $\forall a \in \mathbb{R}$; b) Sólo cuando $a < 0$; c) Sólo cuando $a > 0$

74) Un polinomio de grado 5 tiene:

a) Cuatro puntos de inflexión ; b) Tres 3 puntos de inflexión ; c) No más de tres puntos de inflexión

75) La función $y = 1/x^4$

a) Es cóncava hacia arriba y tiene la asíntota $x = 0$

b) Es creciente y cóncava hacia arriba ; c) Es creciente y cóncava hacia abajo

76) Sea $f(x)$ tal que $f'(x) = (x - 1)^2 \cdot x$. En el punto $x = 1$, la función $f(x)$:

a) Tiene un punto de inflexión ; b) Es cóncava hacia arriba ; c) Es cóncava hacia abajo

77) Sea $f(x)$ tal que $f'(x) = (x - 7)^4 \cdot e^x / (x + 3)$:

a) $f(x)$ es cóncava hacia arriba en $(-3; +\infty)$; b) $x = 7$ y $x = -3$ son puntos de inflexión de $f(x)$

c) $f(x)$ es cóncava hacia arriba en $(-\infty; -3) \cup (7; +\infty)$

78) Si $f'(x) = (x + 3)^4$, en el punto $x = -3$ la función $f(x)$

a) Es cóncava hacia arriba ; b) Es cóncava hacia abajo ; c) Tiene un punto de inflexión

79) Sea $f(x)$ tal que $f'(x) = (2 - x)/(x + 1)$:

a) $x = 2$ y $x = -1$ son puntos de inflexión de $f(x)$, b) $f(x)$ es cóncava hacia abajo en $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$

c) $f(x)$ es cóncava hacia arriba en $(-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$

80) Un polinomio de grado 6:

a) Puede no tener puntos de inflexión ; b) No tiene puntos de inflexión ; c) Siempre tiene un punto de inflexión

Solución

01) La correcta es la b): si la gráfica de $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ no está "rota" (es continua) en el punto "Pepe", en ese punto puede existir recta tangente (o sea, "f" tiene derivada en "Pepe") o no (o sea, "f" no tiene derivada en "Pepe").

02) La correcta es la b).

03) Si $\lim_{z \rightarrow 3^+} (f(z) - f(3))/(z - 3) = 5 = f'(3^+)$ y "f" es derivable en $z = 3$, la derivada $f'(3^-) = \lim_{z \rightarrow 3^-} (f(z) - f(3))/(z - 3)$

coincide con $f'(3^+) = 5 \Rightarrow$ la correcta es la b).

04) La correcta es la a): como $f(-1) \notin \mathbb{R} \Rightarrow$ la gráfica de "f" está "rota" (no es continua) en $x = -1$, por lo que no tiene recta tangente en él; o sea, "f" carece de derivada en dicho punto.

05) La correcta es la b): si una función tiene derivada en un punto, es continua en dicho punto.

06) Como $u(x) = x - 2$ cambia de signo en $x = 2$, la función $f(x) = |x - 2|$ presenta un punto anguloso en $x = 2$, por lo que carece de derivada en dicho punto (o sea, carece de recta tangente en $x = 2$).

07) La correcta es b):

$$f(x) = e^{-2-x} \Rightarrow f'(x) = -2 \cdot e^{-2-x} \Rightarrow f''(x) = 2^2 \cdot e^{-2-x} \Rightarrow f'''(x) = -2^3 \cdot e^{-2-x} \Rightarrow \dots \Rightarrow f^{(n)}(x) = (-2)^n \cdot e^{-2-x}$$

08) El coste marginal es la derivada del coste total $C(x)$; o sea: $C'(6) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{C(6+h) - C(6)}{h} = 3 \Rightarrow C(6+h) - C(6) \approx 3 \cdot h$

Así, si $h = 1 \Rightarrow C(6+1) - C(6) \approx 3 \cdot 1 = 3$

09) El ingreso marginal es la derivada del ingreso total $I(x)$; por tanto:

$$I'(30) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{I(30+h) - I(30)}{h} = 4 \Rightarrow I(30+h) - I(30) \approx 4 \cdot h \Rightarrow I(30+2) - I(30) \approx 4 \cdot 2 = 8$$

si $h = 2$

10) La correcta es la c): una función puede ser continua en un punto aunque no tenga derivada en él.

11) La correcta es la b), pues $f'(0^-) = (2 \cdot x)_{x=0} = 0$ y $f'(0^+) = -1$

12) El coste marginal es la derivada del coste total $C(x)$; por tanto:

$$C'(70) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{C(70+h) - C(70)}{h} = 20 \Rightarrow C(70+h) - C(70) \approx 20 \cdot h$$

Si $h = 3 \Rightarrow C(70+3) - C(70) \approx 20 \cdot 3 = 60$, y como $C(70) = 1000$, resulta que $C(70+3) = 1060$.

13) Si $\frac{f(9) - f(3)}{9 - 3} = 6 \Rightarrow f(9) - f(3) = 36$

14) La a) es falsa, pues $f'(2^-) = 1$ y $f'(2^+) = 3$. La b) es cierta, pues los límites laterales de "f" en $x = 2$ son iguales y coinciden con $f(2)$.

15) La tasa de cambio al pasar de 5000 a 5200 es:

$$\frac{B(52) - B(50)}{52 - 50} = \frac{(-52^2 + 70 \cdot 52) - (-50^2 + 70 \cdot 50)}{2} = -32$$

16) La correcta es la a).

17) La tangente a la gráfica de "f" en el punto "a" es $y = f(a) + f'(a) \cdot (x - a)$; así, si $a = 2$ y $f(x) = x^2 - 5 \cdot x$, resulta la a).

18) La tangente a la gráfica de "f" en el punto "a" es $y = f(a) + f'(a) \cdot (x - a)$; así, si $a = 0$ y $f(x) = e^x$, resulta la a).

19) Si $\frac{B(33) - B(30)}{33 - 30} = 15 \Rightarrow$ el beneficio varía 15 u.m por cada unidad adicional de incremento de producción.

20) La correcta es la c): si $\frac{C(7) - C(5)}{7 - 5} = 3 \Rightarrow C(7) - C(5) = 6$

21) La tangente a la gráfica de "f" en el punto "a" es $y = f(a) + f'(a) \cdot (x - a)$; así, si $f(x) = e^{1-x^2}$ y $a = 1$ resulta la c).

$$22) f(L) = 4 \cdot L^{1/4} \Rightarrow f'(16) = \left(4 \cdot \frac{1}{4} \cdot L^{-3/4}\right)_{L=16} = \frac{1}{8} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(16+h) - f(16)}{h} \Rightarrow f(16+h) - f(16) \approx \frac{h}{8}$$

Por tanto, si $h = 2$, es $f(16+2) - f(16) \approx 2/8 = 1/4$

23) La función no es derivable en $x = 0$, pues no es continua en dicho punto.

24) El que $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - f(6)}{x - 6} = 9$ significa que $f'(6) = 9$; así, como "f" es derivable en $x = 6$, es continua en dicho punto.

$$25) f'(x) = \frac{1}{5} \cdot e^{x/5} \Rightarrow f''(x) = \frac{1}{5^2} e^{x/5} \Rightarrow \dots \Rightarrow f^{(n)}(x) = \frac{1}{5^n} \cdot e^{x/5}$$

$$26) B'(40) = (50 - 2 \cdot x)_{x=40} = 30 = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{B(40+h) - B(40)}{h} \Rightarrow B(40+h) - B(40) \approx 30 \cdot h$$

Así, si $h = 2 \Rightarrow B(40+2) - B(40) \approx 30 \cdot 2 = 60$

$$27) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{\ln(x-1)} - \frac{1}{x-2} \right) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2 - \ln(x-1)}{(x-2) \cdot \ln(x-1)} \right) = (0/0) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1 - \frac{1}{x-1}}{(\ln(x-1)) + \frac{x-2}{x-1}} \right) =$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{x-2}{(x-1) \cdot (\ln(x-1)) + (x-2)} \right) = (0/0) = \lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{1}{(\ln(x-1)) + 1 + 1} \right) = \frac{1}{2}$$

28) $f(x) = (x-1)^{2/3} = \sqrt[3]{(x-1)^2}$ es continua en todo punto "x", pero carece de derivada en el punto $x = 1$, pues

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{h^2}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt[3]{h}}$$
 es $+\infty$ ó $-\infty$ según que $h \rightarrow 0^+$ ó $h \rightarrow 0^-$.

29) El beneficio marginal cuando $x = 5$ es $B'(5) = (50 - 2 \cdot x)_{x=5} = 40$.

30) La utilidad marginal cuando $x = 4$ es $U'(4) = (-16/x^2)_{x=4} = -1$.

$$31) \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (2^{1/x} - 1) = (\infty \cdot 0) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{1/x} - 1}{1/x} = (0/0) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{1/x} \cdot (-1/x^2) \cdot \ln 2}{-1/x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} 2^{1/x} \cdot \ln 2 = \ln 2$$

$$32) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x \cdot \ln x} = (0/0) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \cdot x}{1 + \ln x} = 2$$

$$33) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x-2} - 1}{\sqrt{x+2} - 2} = (0/0) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x-2}}{1/(2 \cdot \sqrt{x+2})} = 4$$

34) La tangente a la gráfica de "f" en el punto "a" es $y = f(a) + f'(a) \cdot (x - a)$; así, si $f'(2) = 0$ resulta la c).

$$35) \text{Es } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2 \cdot x} - 2}{e^{x-2} - 1} = (0/0) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{\sqrt{2}}{2 \cdot \sqrt{x}}}{e^{x-2}} = \frac{1}{2}$$

36) La correcta es la c), pues como "f" no es continua en $x = 1$, carece de derivada en dicho punto.

37) Es $f(x) = e^{|x-1|} = \begin{cases} e^{x-1} & \text{si } x \geq 1 \\ e^{1-x} & \text{si } x < 1 \end{cases}$, que sólo carece de derivada en $x = 1$.

38) El coste marginal es la derivada del coste total $C(x)$; por tanto:

$$C'(x) = 2 \cdot x^2 \Rightarrow C'(8) = 128 = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{C(8+h) - C(8)}{h} \Rightarrow C(8+h) - C(8) \approx 128 \cdot h$$

Así, si $h = 2 \Rightarrow C(8+2) - C(8) \approx 128 \cdot 2 = 256$

$$39) \frac{C(8) - C(6)}{8 - 6} = \frac{(8^2 + 3 \cdot 8) - (6^2 + 3 \cdot 6)}{2} = 34$$

40) Si $g(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x^2 + x) = (x^2 + x)^2 + (x^2 + x)$, es: $g'(1) = (2 \cdot (x^2 + x) \cdot (2 \cdot x + 1) + (2 \cdot x + 1))_{x=1} = 15$

41) La correcta es la b).

$$42) d^2f(x) = f''(x) \cdot dx = 6 \cdot x \cdot dx$$

$$43) \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 6 \cdot x)^{3/x} = (1^\infty) = e^{\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot (1 + 6 \cdot x - 1)}{x}} = e^{18}$$

44) La correcta es la b): la asíntota horizontal es $y = k$, siendo $k = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_0 \cdot x^3 + a_1 \cdot x^2 + a_2 \cdot x + a_3}{b_0 \cdot x^3 + b_1 \cdot x^2 + b_2 \cdot x + b_3} = \frac{a_0}{b_0}$

45) La correcta es la a), pues si el polinomio "q(x)" es de grado 3, no puede anularse en más de tres puntos.

46) La a) es falsa, pues la recta $y = 0$ es asíntota horizontal si $x \rightarrow +\infty$, pues $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{1 + x^2} = 0$.

La b) es verdadera, pues $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{1 + x^2} = \frac{-\infty}{1} = -\infty$

La c) es falsa, pues "f" no está definida si $x < 0$ (no hay curva si $x < 0$).

47) La correcta es c):

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{x(x^4 + 1)} = 1; n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - m \cdot x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^5}{x^4 + 1} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x^4 + 1} = 0$$

48) La correcta es c):

$$m = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x(x^2 + 1)} = 1; n = \lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - m \cdot x) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3}{x^2 + 1} - x = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x}{x^2 + 1} = 0$$

49) Si $x \rightarrow 1^+ \Rightarrow (x-1) \rightarrow 0^+ \Rightarrow |\ln(x-1)| \rightarrow |\ln 0^+| = |-\infty| = +\infty$

50) La correcta es la a): si "g" es continua en el punto "3" y $g(3) = 9$, entonces $\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = g(3) = 9$; por tanto:

$$\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3}{g(x)} = \left(\lim_{x \rightarrow 3} x^3 \right) / \left(\lim_{x \rightarrow 3} g(x) \right) = \frac{27}{9} = 3$$

51) La correcta es la b): en general, el que "f" tenga asíntota horizontal "por un lado" (por ejemplo, cuando $x \rightarrow -\infty$) no condiciona en nada lo que sucede por el otro lado (cuando $x \rightarrow +\infty$).

52) La correcta es la b), pues "f(x)" tiende a infinito si "x" tiende a 2.

53) La correcta es la a), pues "f(x)" tiende a 2 si "x" tiende a infinito.

54) La a) es falsa (la A.H es $y = -1$) y la c) también (no hay A.O). La b) es correcta, pues f(x) tiende a infinito si $x \rightarrow 3$.

55) La b) es falsa (las asíntotas verticales son $x = -3$ y $x = 3$) y la c) también (no hay asíntota oblicua). La a) es correcta, pues "f(x)" tiende a 5 si "x" tiende a infinito.

56) La correcta es la c).

57) La correcta es la a).

58) La correcta es la b).

59) $df(x) = f'(x) \cdot dx = 3 \cdot x^2 \cdot dx$

60) La correcta es la b): $y'(x) = -e^{-x} < 0$ (\Rightarrow decreciente) e $y''(x) = e^{-x} > 0$ (\Rightarrow cóncava hacia arriba).

61) $y(x) = -\ln x \Rightarrow y'(x) = -1/x < 0$ (\Rightarrow decreciente) e $y''(x) = 1/x^2 > 0$ (\Rightarrow cóncava hacia arriba).

62) Si "f" es decreciente en el punto $x = 2$ entonces $f'(2) \leq 0$.

63) Si $x > 0$ y $f(x) = x^a$, es $f''(x) = a \cdot (a-1) \cdot x^{a-2}$, que es positiva (\Rightarrow "f" es cóncava hacia arriba) si $a < 0$ ó $a > 1$.

64) La b) es falsa, pues como $y(x) = x \cdot e^x$ es continua en todo punto, carece de asíntotas verticales. La c) es falsa, pues $y''(x) = (x+2) \cdot e^x$ es > 0 ó < 0 según que $x > -2$ ó $x < -2$; así, $y(x) = x \cdot e^x$ es cóncava hacia arriba o hacia abajo según que $x > -2$ ó $x < -2$. La a) es correcta:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x \cdot e^x = (\infty \cdot 0) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{e^{-x}} = (\infty / \infty) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -\frac{1}{e^{-x}} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

65) La correcta es la a), pues $y''(x) = 12 \cdot a \cdot x^2$ es positiva si $a > 0$.

66) La a) y la b) son falsas: el que "f" sea decreciente en "c" no garantiza que exista $f'(c)$. La c) es correcta: la tasa de cambio de "f" en "c" es $(f(c+h) - f(c))/h$, que es negativa si "f" es decreciente en "c", pues si $h > 0$ (\Rightarrow "c+h" está a la derecha de "c") es $f(c+h) - f(c) < 0$, y si $h < 0$ (\Rightarrow "c+h" está a la izquierda de "c") es $f(c+h) - f(c) > 0$.

67) Si $a > 0$, es $y'(x) = -a \cdot e^{-a \cdot x} < 0$ (\Rightarrow decreciente) e $y''(x) = a^2 \cdot e^{-a \cdot x} > 0$ (\Rightarrow cóncava hacia arriba).

68) La correcta es la b), pues $y''(x) = e^x$ no cambia de signo en ningún punto.

69) La correcta es a): si $n \geq 2$ sucede que $f''(x) = (n+1) \cdot n \cdot x^{n-1}$ cambia de signo (en $x = 0$) sólo si "n" es par.

70) La función $f(x) = 1/x^5$ tiene asíntotas ($x = 0$ es asíntota vertical e $y = 0$ es asíntota horizontal), pero carece inflexiones, pues aunque $f''(x) = 30/x^7$ cambia de signo en $x = 0$, no hay inflexión, ya que $f(x) = 1/x^5$ no está definida en él.

71) Si la función "f" es creciente en el punto "c", entonces $f'(c) \geq 0$.

72) La correcta es la a): para que haya tangente horizontal en el punto "x" debe ser $f'(x) = 0$, y para que "x" pueda ser de inflexión ha de ser $f''(x) = 0$ (pues si $f''(x) > 0$, la función es cóncava hacia arriba en "x"; y si $f''(x) < 0$, la función es cóncava hacia abajo en "x"); o sea: $f''(x) = g(x) + x \cdot g'(x) = 0$ y $f''(x) = g'(x) + g'(x) + x \cdot g''(x) = 2 \cdot g'(x) + x \cdot g''(x) = 0$

73) La correcta es la a): la gráfica de $y(x) = a + a \cdot x - x^2$ es una parábola con "cuernos" hacia abajo.

74) La correcta es c): si $y(x)$ es un polinomio de grado 5, su derivada segunda $y''(x)$ es un polinomio de grado 3; por tanto, no puede cambiar de signo en más de tres puntos, pues $y''(x) = 0$ no puede tener más de tres soluciones.

75) La correcta es la a).

76) Si $f''(x) = x \cdot (x-1)^2$ es $f''(0) = 0$, pero en $x = 1$ no hay inflexión, pues $f''(x)$ no cambia de signo en dicho punto, ya que $f''(x) = x \cdot (x-1)^2$ toma valores positivos en las proximidades de $x = 1$. Así, "f" es cóncava hacia arriba en $x = 1$.

77) La correcta es la a), pues el signo de $f''(x)$ es el de $u(x) = x + 3$, que toma valores positivos si $x > -3$.

78) La correcta es la a), pues $f''(x)$ toma valores positivos si $x \neq -3$.

79) La correcta es la b), pues $f''(x) < 0$ si $x < -1$ ó $x > 2$.

80) La correcta es la a): si $y(x)$ es un polinomio de grado 6, su función derivada segunda $y''(x)$ es un polinomio de grado 4; por tanto, puede no cambiar de signo en ningún punto, pues $y''(x) = 0$ puede carecer de soluciones reales.

Einstein: no entiendes realmente algo si no eres capaz de explicárselo a tu abuel@

Empléala siempre como REGLA INFALIBLE para medir la solvencia de tus conocimientos

Optimización de funciones

- 01) En $x = -1$, la función $y = x \cdot e^x$ tiene:
a) Un mínimo relativo ; b) Un máximo relativo, que es absoluto ; c) Un máximo relativo, que no es absoluto
- 02) La función $f(x) = 1/(1 + (x + 3)^2)$ tiene en $x = -3$:
a) Mínimo local ; b) Máximo local, que es global ; c) Máximo local, que no es global
- 03) La función $y = x^2 \cdot e^x$ tiene en $x = 0$: a) Un mínimo relativo ; b) Un máximo relativo ; c) Un punto de inflexión
- 04) Sea $x = 5$ un punto crítico de la función $y = f(x)$. En $x = 5$ la función:
a) Puede ser creciente o decreciente ; b) Tiene un extremo relativo ; c) Tiene un extremo absoluto
- 05) La función $y = |x - 6|$, $x \in [2; 7]$, tiene:
a) Mínimo absoluto en $x = 2$ y máximo absoluto en $x = 7$
b) Mínimo absoluto en $x = 5$ y máximo absoluto en $x = 2$; c) Mínimo absoluto en $x = 6$ y máximo absoluto en $x = 2$
- 06) La función $y = 2^x$, $x \in [4; 7]$:
a) Alcanza el máximo absoluto en $x = 2$ y el mínimo absoluto en $x = 7$
b) Alcanza el máximo absoluto en $x = 7$ y el mínimo absoluto en $x = 2$; c) No tiene máximos ni mínimos absolutos
- 07) La función $f(x) = e^{|x-3|}$ tiene en $x = 3$: a) Un punto crítico ; b) Un máximo relativo ; c) Un mínimo relativo
- 08) Sea $y = f(x)$ tal que $f(c) \leq f(x)$ para puntos "x" próximos a "c":
a) En "c" hay un mínimo absoluto ; b) En "c" hay un mínimo relativo ; c) El punto "c" es crítico
- 09) La función derivable $y = f(x)$ verifica que $f(c) \geq f(x)$ para puntos "x" cercanos a "c":
a) El punto "c" es crítico ; b) En "c" hay un mínimo relativo ; c) En "c" hay un máximo absoluto
- 10) La curva $y = x \cdot e^x$ tiene en $x = -2$: a) Un punto de inflexión ; b) Un máximo relativo ; c) Un mínimo relativo
- 11) La función $f(x) = |x^2 - 4|$ tiene:
a) Un mínimo en $x = 0$; b) Máximos absolutos en $x = 2$ y $x = -2$; c) Mínimos absolutos en $x = 2$ y $x = -2$
- 12) La función $y = 3^{-x}$, $x \in [3; 6]$
a) Tiene en $x = 3$ un máximo absoluto y en $x = 4$ un mínimo absoluto
b) Tiene en $x = 3$ un mínimo absoluto y en $x = 4$ un máximo absoluto ; c) No tiene máximo absoluto
- 13) La función $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4 & \text{si } x \leq 1 \\ 5 \cdot x & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$
a) No está definida en $x = 1$; b) No es continua en $x = 1$; c) Tiene un mínimo relativo en $x = 0$
- 14) La función $f(x) = e^{x^2}$
a) Tiene al menos un máximo relativo ; b) Tiene al menos un mínimo relativo ; c) Carece de puntos de inflexión
- 15) Sea "c" un extremo relativo de la función $y = f(x)$:
a) Si $f(x)$ es derivable, "c" es un punto crítico ; b) Puede ser $f'(c) \neq 0$
c) Aunque $f(x)$ no sea derivable, "c" es un punto crítico
- 16) La función $y = |x^3 - 8|$, $x \in [0; 2]$, tiene:
a) Un máximo absoluto en $x = 0$; b) Un máximo absoluto en $x = 2$
c) Un máximo absoluto en $x = 2$ y un mínimo absoluto en $x = 0$
- 17) Sea "c" un punto crítico de la función "f":
a) "c" es un máximo o un mínimo relativo de la función
b) "c" es un candidato a extremo local de la función
c) si se conoce $f'(c)$, puede decirse si en "c" hay un máximo o un mínimo
- 18) Sea $g(x)$ derivable dos veces y tal que $g(0) = -7$. La función $f(x) = x^2 \cdot g(x)$
a) Tiene un máximo relativo en $x = 0$; b) Tiene un mínimo relativo en $x = 0$
c) En $x = 0$ puede no tener un extremo relativo
- 19) La función $y = \ln\left(\frac{x^2}{x+3}\right)^3$: a) Es creciente en $x = 2$; b) Es decreciente en $x = 2$; c) Tiene un máximo en $x = 2$
- 20) Sea $f(x)$ una función con derivada $f'(x) = (x - 3)/(x + 2)$:
a) $x = 3$ y $x = -2$ son los puntos críticos de $f(x)$
b) $f(x)$ es decreciente en $(-2; 3)$; c) $f(x)$ es decreciente en $(-2; 3)$
- 21) Si la función $y = f(x)/x^2$ tiene un punto crítico en $x = 1$, es: a) $f(1) = 0$; b) $f'(1) = 0$; c) $f'(1) = 2 \cdot f(1)$
- 22) Sea $y = f(x)$ una función derivable en \mathbb{R} , siendo $x = 0$ y $x = 4$ los puntos de corte con el eje OX. Si en $x = 0$ la función es decreciente y en $x = 4$ es creciente, en el intervalo $(0; 4)$ la función
a) Tiene al menos un máximo relativo
b) Tiene al menos un mínimo relativo ; c) Carece de puntos de inflexión
- 23) Un polinomio $y = f(x)$ de grado 3
a) Puede tener 3 extremos relativos ; b) Puede no tener extremos relativos ; c) Tiene dos extremos relativos
- 24) Una función $y = f(x)$ tiene en $x = 5$ un punto crítico. Si $f''(5) = -2$, en el punto $x = 5$ la función tiene un:
a) Máximo relativo ; b) Mínimo relativo ; c) Punto de inflexión
- 25) Una función $y = f(x)$ tiene un máximo absoluto en $x = 5$:
a) $x = 5$ es un punto crítico ; b) $f(x) \geq f(5)$ para todo $x \in \text{Dom.}(f)$; c) $f(x) \leq f(5)$ para todo $x \in \text{Dom.}(f)$

- 26) Una función $y = f(x)$ tiene un mínimo absoluto en $x = c$:
 a) $x = c$ es un punto crítico ; b) $f(x) \leq f(c)$ para todo $x \in \text{Dom.}(f)$, c) $f(x) \geq f(c)$ para todo $x \in \text{Dom.}(f)$
- 27) La función $f(x) = |4 \cdot x - 2 \cdot x^2|$, $x \in [0; 2]$, tiene
 a) Máximos absolutos en $x = 0$ y $x = 2$; b) Un mínimo absoluto en $x = 1$; c) Mínimos absolutos en $x = 0$ y $x = 2$
- 28) Sea $f(x)$ tal que $f'(x) = (x - 1)^2 / (x + 1)$:
 a) $f(x)$ no tiene extremos relativos ; b) $x = 1$ y $x = -2$ son puntos críticos de $f(x)$, c) $f(x)$ no tiene puntos críticos
- 29) Sea $f(x)$ tal que $f'(x) = (x + 1)^2 / (x - 1)$:
 a) $f(x)$ es decreciente en $x = -1$; b) $f(x)$ no tiene puntos críticos ; c) $x = 1$ y $x = -2$ son puntos críticos de $f(x)$
- 30) Si $f(x)$ tiene un máximo relativo de valor -3 en $x = 5$, la función $|f(x)|$ tiene en $x = 5$:
 a) Un máximo relativo de valor 3 ; b) Un mínimo relativo de valor 3 ; c) Un mínimo relativo de valor -3
- 31) Si la función $y = f(x)$ tiene en $x = c$ un mínimo relativo de valor -4 , la función $y = -f(x)$ tiene en $x = c$:
 a) Un máximo relativo de valor 4 ; b) Un mínimo relativo de valor 4 ; c) Un mínimo relativo de valor -4
- 32) Si la función $y = f(x)$ tiene en $x = c$ un mínimo absoluto de valor -4 , la función $y = f(x) + 9$ tiene en $x = c$:
 a) Un máximo absoluto de valor 4 ; b) Un mínimo absoluto de valor 4 ; c) Un mínimo absoluto de valor 3
- 33) Si la función $y = f(x)$ tiene en $x = c$ un máximo relativo de valor 1, la función $y = 5 \cdot f(x)$ tiene en $x = c$
 a) Un máximo relativo de valor 1 ; b) Un máximo relativo de valor 5 , c) Un mínimo relativo de valor 1
- 34) Sea $f(x)$ tal que $f(x) = f(-x)$. Si la función tiene un mínimo relativo de valor 7 en $x = -5$, en $x = 5$ tiene:
 a) Un máximo relativo de valor 7 ; b) Un máximo relativo de valor -7 ; c) Un mínimo relativo de valor -7
- 35) Si la función $y = f(x)$ tiene en $x = 3$ un mínimo relativo de valor 1, la función $y = 2 \cdot f(x) + 3$ tiene en $x = 3$
 a) Un máximo relativo de valor 5 ; b) Un mínimo relativo de valor 5 ; c) Un mínimo relativo de valor 4
- 36) La función de beneficio de una empresa es $B(x) = -a \cdot x^2 + 8 \cdot x - 2$, siendo "x" la producción. El beneficio es máximo cuando: a) $a > 0$ y $x = -4/a$; b) $a > 0$ y $x = -3/a$; c) $a < 0$ y $x = -3/a$
- 37) Si el coste total de una empresa es $C(x) = 25 \cdot x^2 - 2625 \cdot x$, siendo la producción $x \geq 25$, el coste medio
 a) Tiene un máximo absoluto en $x = 0$; b) Es creciente en su dominio ; c) Es decreciente en su dominio
- 38) Un polinomio de grado 5:
 a) Puede no tener extremos relativos ; b) No tiene extremos relativo ; c) Siempre tiene un extremo relativo

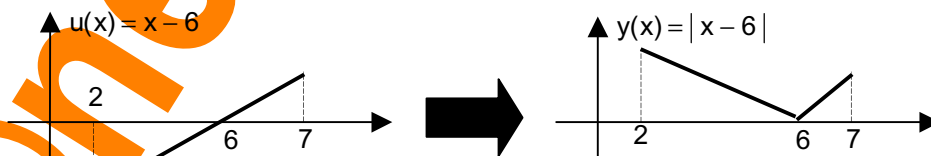
Solución

- 01) La correcta es a), pues $y(x) = x \cdot e^x$ es continua (no "rota") en todo punto y su derivada $y'(x) = (1 + x) \cdot e^x$ es positiva si $x > -1$ (o sea, $y(x) = x \cdot e^x$ es creciente si $x > -1$) y negativa si $x < -1$ (o sea, $y(x) = x \cdot e^x$ es decreciente si $x < -1$).
- 02) La correcta es la b): el cociente $1/(1 + (x + 3)^2)$ es continuo en todo punto y es más grande cuanto más pequeño sea el denominador $1 + (x + 3)^2$, y el valor más pequeño de $1 + (x + 3)^2$ se presenta en el punto $x = -3$.
- 03) La correcta es la a), pues el signo de $y'(x) = (2 \cdot x + x^2) \cdot e^x$ es el de la parábola $u(x) = 2 \cdot x + x^2$, que tiene los "cuerpos" hacia arriba y corta al eje de abscisas en $x = -2$ y $x = 0$; así:



Por tanto, $y(x) = x^2 \cdot e^x$ presenta un máximo relativo en $x = -2$ y un mínimo relativo en $x = 0$.

- 04) La correcta es la a): el que $x = 5$ sea punto crítico de la función "f" significa que $f'(5) = 0$ (es decir, la recta tangente a la gráfica de "f" en dicho punto es paralela al eje de abscisas), lo que no garantiza que "f" presente en $x = 5$ un "extremo" (ya sea absoluto o relativo). Puede suceder que "f" sea creciente en $x = 5$ (como sucede con $f(x) = (x - 5)^3$ en el punto $x = 5$ en el que se anula la derivada $f'(x) = 3 \cdot (x - 5)^2$), o que "f" sea decreciente en $x = 5$ (como sucede con $f(x) = -(x - 5)^3$ en el punto $x = 5$ en el que se anula la derivada $f'(x) = -3 \cdot (x - 5)^2$).
- 05) La correcta es la c):

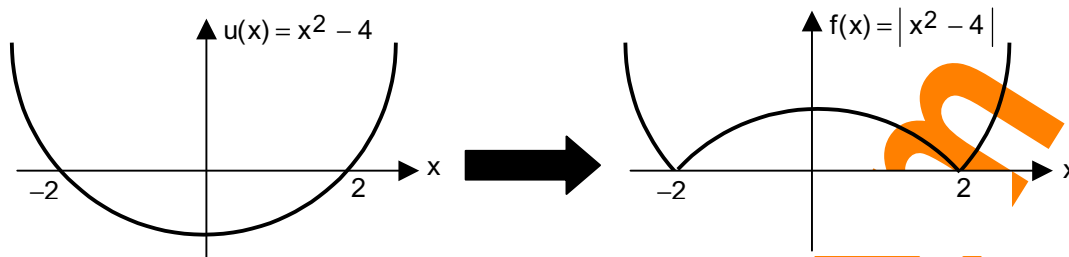


- 06) Como $y(x) = 2^x$ es continua en todo punto y creciente en todo punto (pues $y'(x) = 2^x \cdot \ln 2 > 0$, $\forall x \in \mathfrak{R}$) su mínimo absoluto en un intervalo $[a; b]$ se presenta en $x = a$, y su máximo absoluto en $[a; b]$ se presenta en $x = b$.
- 07) La correcta es la c), pues $f'(x)$ es negativa a la izquierda de $x = 3$ y positiva a la derecha de dicho punto:

$$f(x) = e^{|x-3|} = \begin{cases} e^{3-x} & \text{si } x < 3 \\ e^{x-3} & \text{si } x \geq 3 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} -e^{3-x} & \text{si } x < 3 \\ e^{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

- 08) La correcta es la b), pues el valor que toma "f" en el punto "c" no es superior al valor que toma "f" en puntos próximos a "c". La c) es falsa: el punto "c" no tiene porqué ser "crítico" (o sea, no tiene porqué ser $f'(c) = 0$), pues el enunciado no garantiza la existencia de $f'(c)$. La a) es falsa, pues no hay datos que permitan afirmar que el valor de "f" es "c" es menor o igual que el valor de "f" en cualquier otro punto del dominio de definición de "f".

- 09) La b) es una estupidez. La c) es falsa, pues no hay datos que permitan afirmar que el valor de "f" en "c" es mayor o igual que el valor de "f" en cualquier otro punto del dominio de definición de "f". La a) es correcta, pues como el valor que toma "f" en el punto "c" no es inferior al valor que toma "f" en puntos próximos a "c", en dicho punto hay un máximo relativo, y como "f" tiene derivada en "c", ha de ser $f'(c) = 0$, por lo que "f" es un punto crítico.
- 10) La b) y la c) son falsas, pues $y'(x) = (1+x) \cdot e^x$ no cambia de signo en el punto $x = -2$. La a) es correcta, pues $y''(x) = (x+2) \cdot e^{-x}$ cambia de signo en $x = -2$.
- 11) La correcta es la c)



- 12) Como $y(x) = 3^{-x}$ es continua en todo punto y decreciente en todo punto ($y'(x) = -3^{-x} \cdot \ln 3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$) su mínimo absoluto en un intervalo $[a; b]$ se presenta en $x = b$, y su máximo absoluto en $[a; b]$ se presenta en $x = a$.
- 13) La a) es falsa, pues $f(1) = 5 \in \mathbb{R}$. La b) es falsa, pues como los dos límites laterales de "f" en $x = 1$ coinciden con $f(1)$, entonces "f" es continua en $x = 1$.
- 14) La correcta es la a), pues $y''(x) = 2 \cdot e^{x^2} \cdot (1 + 2 \cdot x^2)$ no cambia de signo en ningún punto.
- 15) La b) es una estupidez, pues si $f'(c) \neq 0 \Rightarrow$ la recta tangente a la gráfica de "f" en el punto "c" no es paralela al eje de abscisas \Rightarrow el punto "c" no es extremo relativo de "f". La c) es una estupidez: si no existe $f'(c)$, no puede suceder que $f'(c) = 0$. La a) es correcta: si "f" presenta extremo relativo en el punto "c" y existe $f'(c)$, ha de ser $f'(c) = 0$, por lo que "c" es punto crítico de "f".
- 16) $0 \leq x \leq 2 \Rightarrow 0 \leq x^3 \leq 8 \Rightarrow x^3 - 8 \leq 0 \Rightarrow y(x) = |x^3 - 8| = 8 - x^3 \Rightarrow y'(x) = -3 \cdot x^2 \Rightarrow y(x) = |x^3 - 8|$ es decreciente en el intervalo $[0; 2] \Rightarrow$ el máximo absoluto de $y(x)$ en el intervalo $[0; 2]$ se presenta en el extremo inferior del intervalo.
- 17) La a) es falsa: el que $f'(c) = 0$ no garantiza que "f" presente un extremo relativo en el punto "c". La c) es falsa, pues si $f'(c) = 0$ y $f''(c) = 0$, nada podemos decir sobre lo que sucede en "c". La b) es correcta.
- 18) La correcta es la a), pues $f'(0) = 0$ y $f''(0) < 0$:

$$f'(0) = 2 \cdot 0 \cdot g(0) + 0^2 \cdot g'(0) = 0$$

$$f(x) = x^2 \cdot g(x) \Rightarrow f'(x) = 2 \cdot x \cdot g(x) + x^2 \cdot g'(x)$$

$$f''(0) = 2 \cdot g(0) + 4 \cdot 0 \cdot g'(0) + 0^2 \cdot g''(0) = 2 \cdot (-7) = -14 < 0$$

$$f'(x) = 2 \cdot x \cdot g(x) + x^2 \cdot g'(x) \Rightarrow f''(x) = 2 \cdot (g(x) + x \cdot g'(x)) + (2 \cdot x \cdot g'(x) + x^2 \cdot g''(x)) = 2 \cdot g(x) + 4 \cdot x \cdot g'(x) + x^2 \cdot g''(x)$$

- 19) La correcta es la a), pues $y'(2) > 0$:

$$y(x) = \ln \left(\frac{x^2}{x+3} \right)^3 = 3 \cdot \ln \left(\frac{x^2}{x+3} \right) = 3 \cdot (\ln x^2 - \ln(x+3)) \Rightarrow y'(2) = 3 \cdot \left(\frac{2 \cdot x}{x^2+1} - \frac{1}{x+3} \right)_{x=2} = 3 \cdot \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{5} \right) = \frac{9}{5} > 0$$

- 20) La correcta es la c), pues $f'(x) = (x-3)/(x+2) < 0$ si $x \in (-2; 3)$.

- 21) Exigimos que $x = 1$ sea punto crítico de $y(x) = f(x)/x^2$; o sea, exigimos que $y'(1) = 0$:

$$y'(1) = \left(\frac{x^2 \cdot f'(x) - 2 \cdot x \cdot f(x)}{x^4} \right)_{x=1} = f'(1) - 2 \cdot f(1) = 0 \Rightarrow f'(1) = 2 \cdot f(1)$$

- 22) Si "f" tiene derivada en todo punto, es continua (no está "rota") en todo punto; así, si "f" es decreciente en "0" y creciente en "4", entre ambos puntos hay al menos un punto en que "f" presenta un mínimo relativo.

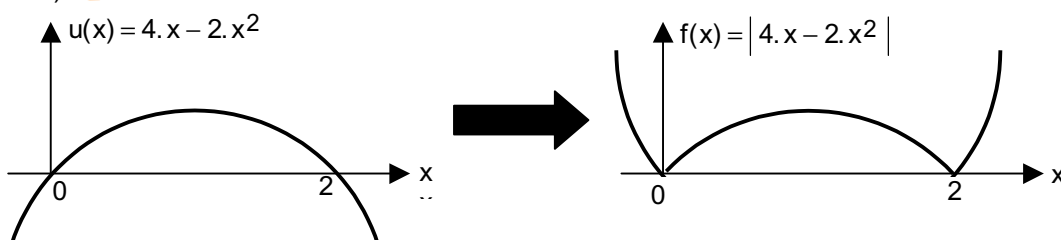
- 23) La correcta es b): si $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$, es $f'(x) = 3 \cdot a \cdot x^2 + 2 \cdot b \cdot x + c$, y como $f'(x)$ es una parábola, puede ocurrir que no cambie de signo en ningún punto, por lo que "f" puede no presentar extremos relativos.

- 24) Si $f'(5) = 0$ y $f''(5) = -2 < 0$, hay máximo relativo en $x = 5$.

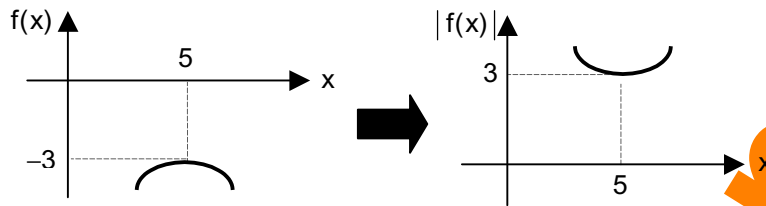
- 25) La correcta es la c).

- 26) La correcta es la c).

- 27) La correcta es la c).



- 28) La b) es falsa, pues $f'(x)$ no se anula en $x = -2$. La c) es falsa, pues $f'(x)$ se anula en $x = 1$. La a) es correcta: si $f'(x) = (x - 1)^2 / (x + 1)$ es $f'(1) = 0$, pero en $x = 1$ no hay extremo relativo, pues $f'(x)$ no cambia de signo en $x = 1$, ya que $(x - 1)^2 / (x + 2)$ toma valores positivos en las proximidades de $x = 1$. Así, la función "f" es creciente en $x = 1$.
- 29) La b) es falsa, pues $f'(x)$ se anula en $x = -1$. La c) es falsa, pues "f" no está definida en $x = 1$. La a) es correcta: si $f'(x) = (x + 1)^2 / (x - 1)$ es $f'(-1) = 0$, pero en $x = -1$ no hay extremo relativo, pues $f'(x)$ no cambia de signo en $x = -1$, ya que $f'(x) = (x + 1)^2 / (x - 1)$ toma valores positivos en las proximidades de $x = -1$. Así, "f" es decreciente en $x = 1$.
- 30) La correcta es la b).



- 31) La correcta es la a), pues las respectivas gráficas de "f" y "-f" son simétricas respecto al eje de abscisas.
- 32) Si $f(x)$ tiene en "c" un mínimo absoluto de valor "k", $g(x) = f(x) + 9$ tiene en "c" un mínimo absoluto de valor $k + 9$
- 33) Si $f(x)$ tiene en "c" un máximo relativo de valor "k" y $\alpha > 0$, entonces $g(x) = \alpha \cdot f(x)$ tiene en "c" un máximo relativo de valor $\alpha \cdot k$
- 34) La correcta es la b), pues la gráfica de "f" es simétrica respecto al eje de ordenadas, ya que $f(x) = f(-x)$.
- 35) Si $f(x)$ tiene en "c" un mínimo relativo de valor "k" y $\alpha_1 > 0$, entonces $g(x) = \alpha_1 \cdot f(x) + \alpha_2$ tiene en "c" un mínimo relativo de valor $\alpha_1 \cdot k + \alpha_2$.
- 36) La parábola $B(x) = -a \cdot x^2 + 8 \cdot x - 2$ presenta máximo si tiene los cuernos hacia abajo (lo que sucede si $a > 0$) y $B'(x) = -2 \cdot a \cdot x + 8 = 0 \Rightarrow x = 4/a$.
- 37) El coste medio $f(x) = C(x)/x = 25 \cdot x - 2625$ es creciente si $x \geq 25$, pues $f'(x) = 25 > 0$.
- 38) La correcta es la a): si $y(x)$ es un polinomio de grado 5, su función derivada primera $y'(x)$ es un polinomio de grado 4; por tanto, puede no cambiar de signo en ningún punto, pues $y'(x) = 0$ puede carecer de soluciones reales.



KEYNES TE AYUDA A PREPARAR EL EXAMEN

En netkeynes.com tienes lo que necesitas saber

ÁLGEBRA LINEAL

CON 240 EJERCICIOS RESUELTOS Y MUCHOS TEST

Matrices. Suma de matrices. Producto de un escalar por una matriz. Producto de matrices. Traspuesta de una matriz. Matriz simétrica. Matriz antisimétrica. Matriz unidad. Matriz escalar. Matriz diagonal. Matriz triangular. Matriz idempotente. Matriz involutiva. Transformaciones elementales. Determinante de una matriz cuadrada. Menor complementario. Cofactor. Menores de una matriz. Rango de una matriz. Adjunta de una matriz cuadrada. Inversa de una matriz cuadrada. Matriz ortogonal. Matrices congruentes. Matrices semejantes. Sistemas de ecuaciones lineales. Teorema de Equivalencia de Sistemas Lineales. Teorema de Rouché. Sistemas lineales homogéneos. Espacio Vectorial. Combinación lineal de vectores. Dependencia e independencia lineal de vectores. Dimensión de un espacio vectorial. Sistema de generadores de un espacio vectorial. Base de un espacio vectorial. Coordenadas de un vector respecto de una base. Ecuación de un cambio de base. Subespacio vectorial. Variedad Lineal. Producto escalar de vectores. Vectores ortogonales. Base ortogonal. Ortogonalización de Graam-Schmidt. Módulo de un vector. Base ortonormal.

FUNCIONES DE UNA VARIABLE

CON 518 EJERCICIOS RESUELTOS

Los números. La recta real. La recta real ampliada. Valor absoluto de un número real. Intervalos de la recta real. Distancia entre dos puntos. Entorno de un punto. Correspondencia entre conjuntos. Función real de variable real. Operaciones con funciones. La regla de Ruffini. Gráfica de una función. Trigonometría elemental. Las rectas y las parábolas. Logaritmos. Las Reglas Sagradas del Cálculo. Dominio de definición de una función. Signo de una función. Simetrías de una función. Funciones compuestas. La Madre del Cordero del Cálculo Diferencial. Límite de una función en un punto. Cálculo de límites, el paso al límite. Límites infinitos. Límites en el infinito. Indeterminaciones en el cálculo de límites. Continuidad de una función en un punto. La palabra incremento. Recta tangente a una curva en un punto. La palabra "rapidez". Razón incremental o tasa de cambio. Derivada de una función en un punto. La función derivada primera. Reglas de derivación. Derivadas de orden superior. Funciones crecientes o decrecientes. Criterios de crecimiento y decrecimiento. Máximos y mínimos relativos. Condición necesaria de máximo o mínimo relativo. Determinación de máximos y mínimos relativos. Máximos y mínimos absolutos. Concavidad y puntos de inflexión. Regla de L'Hospital. Asíntotas y ramas parabólicas de una función. Representación de funciones.

CÁLCULO INTEGRAL

CON 188 EJERCICIOS RESUELTOS

Primitiva de una función. El problema del cálculo de primitivas. Primitivas inmediatas. Cálculo de primitivas por partes. Cambio de variable. Primitiva de un cociente de polinomios. Primitivas de funciones racionales del seno y el coseno. Primitivas de algunas funciones irracionales.

