EXAMEN JUNIO 1999

1) Si $\{a_n\}$ es una sucesión que tiene límite -5, la serie $\sum(5+a_n)$

a) Es convergente ; b) Es divergente ; c) Puede ser convergente

2) La serie $\sum(a+1/2)^n$ es convergente:

a) Para todo $a \in \Re$; b) para todo $a \in (-1;1)$
c) para todo $a \in (-3/2;1/2)$

3) Sean $\sum a_n$ y $\sum b_n$ dos series de términos positivos convergentes, acerca de la serie $\sum(a_n + b_n)^n$ puede afirmarse:

a) Es convergente ; b) Es divergente
c) Puede ser convergente o divergente

4) El desarrollo de Taylor de orden 2 en el punto $(0;1)$ de $f(x;y) = y.e^x$ es:

a) $2.x - y + 2.x.y + T_L$
b) $y + x^2 / 2 + x.y + T_L$; c) $2.x.y + T_L$

5) Si $f(x;y)$ es de clase 3 y homogénea de grado 0, su desarrollo de Taylor de grado 1 en el punto (a;b) es:

a) $f(x;y) = f(a;b) + x.f_x(a;b) + y.f_y(a;b) + T_L$
b) $f(x;y) = f(a;b) + a.f_x(a;b) + b.f_y(a;b) + T_L$
c) $f(x;y) = x.f_x(a;b) + y.f_y(a;b) + T_L$

6) Sea la integral reiterada $I = \int_0^2 \int_0^{2-x} dy.dx$, entonces:

a) $I = \int_0^2 \int_{2-y}^0 dx.dy$; b) $I = \int_0^{2-x} \int_0^2 dx.dy$; c) $I = \int_0^2 \int_0^{2-y} dx.dy$

7) La dirección de máximo crecimiento de $f(x;y) = Ln(y.x^3)$ en el punto (1;1) es:

a) el vector (3;1) ; b) el vector (0;0) ; c) el vector (1;1)

8) Dada $z = Ln(u^2.v)$ con $u = x.y.t$ y $v = sen^2 x.y$, se verifica que:

a) $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2}{x} + \frac{2.y}{tg\ x.y}$; b) $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2}{x} + \frac{y}{tg^2\ x.y}$

c) $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{2}{x} + \frac{2.y}{tg^2\ x.y}$

9) Sea $f{:}D \subseteq \Re^n \mapsto \Re$; señalar la afirmación correcta:

a) Si "f" es derivable entonces es diferenciable
b) Si existe el gradiente de "f" entonces es diferenciable
c) Si "f" es diferenciable entonces es continua

10) Sea $f{:}\Re^2 \mapsto \Re$ una función diferenciable en el punto $(a;b)$, entonces:

a) $\lim\limits_{(x;y)\to(a;b)} \left(f(x;y) - f(a;b) - f_x(a;b).(x-a) - f_y(a;b).(y-b)\right) = 0$

b) $\lim\limits_{(x;y)\to(a;b)} \left(f(x;y) - f_x(a;b).(x-a) - f_y(a;b).(y-b)\right) = 0$

c) No se cumple ninguna de las anteriores

11) La ecuación $a.x^2.y + b.y.z^2 - b.z = 0$ define a "z" como función implícita de "x" e "y" en un entorno del punto (0;1;1) si:

a) $a \neq 0$; b) "a" puede ser cualquier valor real, pero $b = 0$; c) $b \neq 0$

12) Sean $F_1, F_2{:}G \subseteq \Re^3 \mapsto \Re$ de clase C^1 en un entorno de $x^0 = (x_1^0; x_2^0; x_3^0)$ tales que $F_1(x^0) = 0$ $F_2(x^0) = 0$, entonces F_1 y F_2 definen a x_1 y x_2 como funciones de x_3 si en el punto x^0 se cumple:

a) $\left|\dfrac{\partial(F_1;F_2)}{\partial(x_1;x_2)}\right| \neq 0$; b) $\left|\dfrac{\partial(F_1;F_2)}{\partial(x_1;x_3)}\right| \neq 0$; c) $\left|\dfrac{\partial(F_1;F_2)}{\partial(x_2;x_3)}\right| \neq 0$

13) Sea $F(x;y)$ homogénea de grado 0. Si $F(x;y) = 0$ define implícitamente a la variable "y" como función diferenciable de "x", tendremos en todo punto:

a) $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{y}{x}$; b) $\dfrac{dy}{dx} = -\dfrac{y}{F_y}$; c) $\dfrac{dy}{dx} = -1$

14) Dadas $f, g{:}G \subseteq \Re^3 \mapsto \Re$ diferenciables en G, serán funcionalmente independientes cuando:

a) Su jacobiano sea igual a cero
b) Su matriz jacobiana tenga rango 2
c) Su hessiano sea igual a cero

15) Sea $f{:}[a;b] \mapsto \Re$ continua; si se define $G(x) = \int_x^b f(t).dt$, entonces:

a) $G'(x) = f(x)$; b) $G'(x) = f(b) - f(x)$; c) $G'(x) = -f(x)$

16) Si $f{:}[a;b] \mapsto \Re$ es continua, se puede afirmar que:

a) "f" tiene una primitiva en el intervalo $[a;b]$
b) "f" es derivable en $[a;b]$; c) "f" no es integrable

17) Sea $I(a)=\int_0^a f(x;a).dx$, para todo $a>0$, siendo "f" una función de clase 1; así:

$$\frac{dI(a)}{da}=\int_0^a \frac{\partial f(x;a)}{\partial a}.dx \quad ; \quad b)\ \frac{dI(a)}{da}=f(a;a)-\int_0^a \frac{\partial f(x;a)}{\partial a}.dx$$

$$c)\ \frac{dI(a)}{da}=f(a;a)-\int_a^0 \frac{\partial f(x;a)}{\partial a}.dx$$

18) Una de las siguientes igualdades es cierta:

$$a)\ \beta(\frac{1}{2};\frac{1}{2})=(\Gamma(\frac{1}{2}))^2 \quad ; \quad b)\ \beta(\frac{1}{2};\frac{1}{2})=2.\Gamma(\frac{1}{2}) \quad ; \quad c)\ \beta(\frac{1}{2};\frac{1}{2})=\sqrt{\pi}$$

Solución

1) La correcta es la c); por ejemplo, $\{a_n\}=\{-5+\frac{1}{n^2}\}$ tiene límite -5, y la serie

$$\sum(5+a_n)=\sum(5+(-5+\frac{1}{n^2}))=\sum\frac{1}{n^2}$$

es convergente

2) La correcta es la c), pues la serie dada es una "geométrica" de "razón" $a+1/2$, y estas series convergen sólo si el valor absoluto de la razón es inferior a 1:

$$|\text{razón}|<1 \Rightarrow |a+1/2|<1 \Rightarrow -1<a+1/2<1 \Rightarrow -3/2<a<1/2$$

3) La correcta es la a), pues $\sum(a_n+b_n)^n$ es una serie de términos positivos, y al aplicarle el criterio de la raíz, resulta:

$$\lim_{n\to\infty}\sqrt[n]{(a_n+b_n)^n}=\lim_{n\to\infty}(a_n+b_n)=0<1 \Rightarrow \sum(a_n+b_n) \text{ es convergente}$$

$$\boxed{\text{Como } \sum a_n \text{ y } \sum b_n \text{ son convergentes} \Rightarrow \begin{cases}\lim\limits_{n\to\infty} a_n=0\\ \lim\limits_{n\to\infty} b_n=0\end{cases}}$$

4) La correcta es la b):

$$f(x;y)=f(0;1)+\frac{1}{1!}.\nabla f(0;1)\bullet\begin{bmatrix}x-0\\y-1\end{bmatrix}+$$

$$+\frac{1}{2!}.\begin{bmatrix}x-0 & y-1\end{bmatrix}\bullet Hf(0;1)\bullet\begin{bmatrix}x-0\\y-1\end{bmatrix}+T_L=$$

$$\boxed{f(0;1)=1\ ;\ \nabla f(0;1)=(1;1)\ ;\ Hf(0;1)=\begin{bmatrix}1&1\\1&0\end{bmatrix}}$$

$$=1+(1;1)\bullet\begin{bmatrix}x-0\\y-1\end{bmatrix}+\frac{1}{2!}.\begin{bmatrix}x & y-1\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}1&1\\1&0\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}x\\y-1\end{bmatrix}+T_L=$$

$$=1+x+(y-1)+\frac{1}{2!}.(x^2+2.x.(y-1))+T_L=y+x^2/2+x.y+T_L$$

5) La correcta es la a):

$$f(x;y) = f(a;b) + f_x(a;b).(x-a) + f_y(a;b).(y-b) + T_L =$$
$$= f(a;b) + x.f_x(a;b) + y.f_y(a;b) - \{a.f_x(a;b) + b.f_y(a;b)\} + T_L =$$
$$= f(a;b) + x.f_x(a;b) + y.f_y(a;b) + T_L$$

Como "f" es homogénea de grado 0, según el teorema de Euler:
$$a.f_x(a;b) + b.f_y(a;b) = 0.f(a;b) = 0$$

6) La correcta es la c), pues el dominio de integración es el triángulo que en el primer cuadrante limitan los ejes de coordenadas y la recta $x + y = 2$

7) La correcta es la a): la dirección de máximo crecimiento de $f(x;y) = Ln(y.x^3)$ en el punto (1;1) es la del vector $\nabla f(1;1) = (3;1)$

8) La correcta es la a):

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial u}.\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial v}.\frac{\partial v}{\partial x} = (\frac{2}{u}).(y.t) + (\frac{1}{v}).(2.y.sen(x.y).cos(x.y)) =$$

Regla de la cadena

$u = x.y.t \ ; \ v = sen^2 x.y$

$$= \left(\frac{2}{x.y.t}\right).(y.t) + \left(\frac{1}{sen^2 x.y}\right).(2.y.sen(x.y).cos(x.y)) =$$
$$= \frac{2}{x} + \frac{2.y.cos\, x.y}{sen\, x.y} = \frac{2}{x} + \frac{2.y}{tg\ x.y}$$

9) La correcta es la c)

10) La correcta es la a)

11) La correcta es la c): si $F(x;y;z) = a.x^2.y + b.y.z^2 - b.z$, como $F(0;1;1) = 0$ y "F" es continua y con funciones derivadas primeras continuas en el punto (0;1;1), la ecuación $F(x;y;z) = 0$ define implícitamente a "z" como función de "x" e "y" en un entorno del punto (0;1;1), pues $\partial F(0;1;1)/\partial z \neq 0$:

$$\partial F(0;1;1)/\partial z = (2.b.y.z - b)_{(0;1;1)} = b \neq 0$$

12) Supuesto que $F_1(x^0) = 0$ y $F_2(x^0) = 0$, la correcta es la a), pues "perdemos el control" de x_1 y x_2.

13) La correcta es la a):

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x}{F_y} = \frac{y}{x}$$

Como "F" es homogénea de grado 0, según el teorema de Euler:
$$x.F_x + y.F_y = 0.F = 0 \Rightarrow F_x/F_y = -y/x$$

14) La correcta es la b)

15) Todo el mundo requetesabe que si $H(x)=\int_{\text{constante}}^{x} f(t).dt$ y "f" es continua en el intervalo de integración, entonces $H'(x)=f(x)$; así:

$$G(x)=\int_{x}^{b} f(t).dt=-\int_{b}^{x} f(t).dt \equiv -\int_{\text{constante}}^{x} f(t).dt \Rightarrow G'(x)=-f(x)$$

16) La correcta es la a)

17) La correcta es la c):

$$I(a)=\int_0^a f(x;a).dx \Rightarrow \frac{dI(a)}{da}=\int_0^a \frac{\partial f(x;a)}{\partial a}.dx+f(a,a).\frac{da}{da}-f(0,a).\frac{d0}{da}=$$

$$\boxed{\begin{array}{c}\text{Todo el mundo sabe que si } I(a)=\int_{u(a)}^{v(a)} f(x;a).dx, \text{entonces:}\\ \dfrac{dI(a)}{da}=\int_{u(a)}^{v(a)} \dfrac{\partial f(x;a)}{\partial a}.dx+f(v(a);a).\dfrac{dv(a)}{da}-f(u(a);a).\dfrac{du(a)}{da}\end{array}}$$

$$=\int_0^a \frac{\partial f(x;a)}{\partial a}.dx+f(a,a)=f(a;a)-\int_a^0 \frac{\partial f(x;a)}{\partial a}.dx$$

$$\boxed{\int_{\text{Pepe}}^{\text{Juan}}=-\int_{\text{Juan}}^{\text{Pepe}}}$$

18) La correcta es la a):

$$\beta(\frac{1}{2};\frac{1}{2})=\frac{\Gamma(\frac{1}{2}).\Gamma(\frac{1}{2})}{\Gamma(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})}=\frac{(\Gamma(\frac{1}{2}))^2}{\Gamma(1)}=\frac{(\Gamma(\frac{1}{2}))^2}{0!}=(\Gamma(\frac{1}{2}))^2$$

EJERCICIO (1'5 PUNTOS)

Pruebe que $\left\{\begin{array}{c} x^3.e^u + y^2.(\mathrm{Ln}\,v)^2 - 1 = 0 \\ x.y + 2.u.(\mathrm{Ln}\,v)^2 = 0 \end{array}\right\}$ define implícitamente a "u" y "v" como funciones de "x" e "y" en un entorno del punto $P = (x;y;u;v) = (0;1;0;e)$. Calcule $\partial u(0;1)/\partial x$ y $\partial u(0;1)/\partial y$

Solución

Sean "F" y "G" las funciones definidas como:

$$F(x;y;u;v) = x^3.e^u + y^2.(\mathrm{Ln}\,v)^2 - 1$$
$$G(x;y;u;v) = x.y + 2.u.(\mathrm{Ln}\,v)^2$$

Debemos comprobar que se cumplen las exigencias del teorema de existencia de campos vectoriales definidos implícitamente por un sistema de ecuaciones, como en efecto sucede, pues el punto $(0;1;0;e)$ satisface las dos ecuaciones del sistema dado, las funciones "F" y "G" son continuas y con funciones derivadas primeras continuas en el punto $P = (0;1;0;e)$, y es:

$$\begin{vmatrix} F_u(P) & F_v(P) \\ G_u(P) & G_v(P) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 2/e \\ 2 & 0 \end{vmatrix} \neq 0$$

$$\boxed{\begin{array}{c} F(x;y;u;v) = x^3.e^u + y^2.(\mathrm{Ln}\,v)^2 - 1 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} F_u(P) = 0 \\ F_v(P) = 2/e \end{array}\right. \\ G(x;y;u;v) = x.y + 2.u.(\mathrm{Ln}\,v)^2 \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} G_u(P) = 2 \\ G_v(P) = 0 \end{array}\right. \end{array}}$$

- Es:

$$\frac{\partial u(0;1)}{\partial x} = -\frac{\begin{vmatrix} F_x(P) & F_v(P) \\ G_x(P) & G_v(P) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} F_u(P) & F_v(P) \\ G_u(P) & G_v(P) \end{vmatrix}} = -\frac{\begin{vmatrix} 0 & 2/e \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 2/e \\ 2 & 0 \end{vmatrix}} = -\frac{1}{2}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} F(x;y;u;v) = x^3.e^u + y^2.(\mathrm{Ln}\,v)^2 - 1 \Rightarrow F_x(P) = 0 \\ G(x;y;u;v) = x.y + 2.u.(\mathrm{Ln}\,v)^2 \Rightarrow G_x(P) = 1 \end{array}}$$

- Es:

$$\frac{\partial u(0;1)}{\partial y} = -\frac{\begin{vmatrix} F_y(P) & F_v(P) \\ G_y(P) & G_v(P) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} F_u(P) & F_v(P) \\ G_u(P) & G_v(P) \end{vmatrix}} = -\frac{\begin{vmatrix} 2 & 2/e \\ 0 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0 & 2/e \\ 2 & 0 \end{vmatrix}} = 0$$

$$\boxed{\begin{array}{c} F(x;y;u;v) = x^3.e^u + y^2.(\mathrm{Ln}\,v)^2 - 1 \Rightarrow F_y(P) = 2 \\ G(x;y;u;v) = x.y + 2.u.(\mathrm{Ln}\,v)^2 \Rightarrow G_y(P) = 0 \end{array}}$$

EJERCICIO (0'75 PUNTOS)

Analiza el carácter de la serie $\sum_{n=0}^{\infty} e^{n.k}$ según el valor del parámetro "k"

Solución

Estamos ante una serie de términos positivos, pues $e^{n.k}$ es positivo para todo valor del número natural "n". Es:

$$\sum_{n=0}^{\infty} e^{n.k} = \sum_{n=0}^{\infty} (e^k)^n = 1 + e^k + e^{2.k} + e^{3.k} + ...$$

O sea, estamos ante una serie geométrica cuya razón es e^k; como este tipo de series sólo converge si $|\text{razón}| < 1$, nuestra serie será convergente sólo si:

$$|e^k| < 1 \Rightarrow e^k < 1 \Rightarrow k < \text{Ln } 1 = 0$$

• Si $k > 0$ la serie no cumple la condición necesaria de convergencia:

$$\lim_{n \to \infty} e^{n.k} = e^{+\infty} = +\infty \neq 0$$

y como la serie es de términos positivos, es divergente.

EJERCICIO (1'25 PUNTOS)

Utilizando el cambio a coordenadas polares, calcule

$$\iint_D e^{2+x^2+y^2}.dx.dy$$

donde D es la corona circular limitada en el primer cuadrante por las circunferencias $x^2 + y^4 = 4$ y $x^2 + y^2 = 9$.

Solución

$$\iint_D e^{2+x^2+y^2}.dx.dy = \iint_D e^{2+\rho^2.\cos^2\theta+\rho^2.\text{sen}^2\theta}.\rho.d\rho.d\theta =$$

$$\boxed{\left.\begin{array}{l} x = \rho.\cos\theta \\ y = \rho.\text{sen}\theta \end{array}\right\} \Rightarrow dx.dy = \rho.d\rho.d\theta}$$

$$= \iint_D \rho.e^{2+\rho^2} d\rho.d\theta = \int_{\rho=2}^{\rho=3} \rho.e^{2+\rho^2}.\left(\int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2} d\theta\right).d\rho =$$

Las circunferencias tienen su centro en el origen de coordenadas (el polo), y sus respectivos radios son 2 y 3. En el primer cuadrante la coordenada θ varía entre 0 y $\pi/2$

$$= \frac{\pi}{2}.\int_{\rho=2}^{\rho=3} \rho.e^{2+\rho^2}.d\rho = \frac{\pi}{4}.\left[e^{2+\rho^2}\right]_{\rho=2}^{\rho=3} = \frac{\pi}{4}.(e^{11} - e^6)$$

TEORÍA (0'75 + 1'25 PUNTOS)

Sea la función $g(y_1;y_2)$ definida de $\Re^2$ a $\Re$, y la función vectorial

$$f=(f_1(x_1;x_2);f_2(x_1;x_2))$$

definida de $\Re^2$ a $\Re^2$, tales que "g" es homogénea de grado "s" y f_k es homogénea de grado "r", $\forall k=1,2$.

1) Aplicando la definición, demostrar que $g\bullet f$ es homogénea de grado "r.s".
2) Comprobar que se cumple el teorema de Euler para $g\bullet f$

Solución

1) La función $g\bullet f$ es homogénea de grado "r.s" si

$$g(f(\lambda.x_1;\lambda.x_2))=\lambda^{r.s}.g(f(x_1;x_2))$$

Veamos:

$$g(f(\lambda.x_1;\lambda.x_2))=g(f_1(\lambda.x_1;\lambda.x_2);f_2(\lambda.x_1;\lambda.x_2))=$$

$$\boxed{f(\lambda.x_1;\lambda.x_2)=(f_1(\lambda.x_1;\lambda.x_2);f_2(\lambda.x_1;\lambda.x_2))}$$

$$\boxed{f_k \text{ homogénea de grado "r"} \Rightarrow f_k(\lambda.x_1;\lambda.x_2)=\lambda^r.f_k(x_1;x_2)}$$

$$=g(\lambda^r.f_1(x_1;x_2);\lambda^r.f_2(x_1;x_2))=g(\theta.f_1(x_1;x_2);\theta.f_2(x_1;x_2))=$$

$$\boxed{\lambda^r\equiv\theta}$$

$$=\theta^s.g(f_1(x_1;x_2);f_2(x_1;x_2))=\theta^s.g(f(x_1;x_2))=$$

$$\boxed{\text{"g" homogénea de grado "s"} \Rightarrow g(\theta.\text{Pepe};\theta.\text{Juan})=\theta^s.g(\text{Pepe};\text{Juan})}$$

$$=(\lambda^r)^s.g(f(x_1;x_2))=\lambda^{r.s}.g(f(x_1;x_2))$$

$$\boxed{\theta\equiv\lambda^r}$$

2) Como $h=g\bullet f$ es homogénea de grado "r.s", según Euler, ha de ser:

$$\nabla h(x_1;x_2)\bullet\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}=r.s.h(x_1;x_2)$$

Veamos:

$$\nabla h(x_1;x_2)\bullet\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}=\nabla g(y_1;y_2)\bullet Jf(x_1;x_2)\bullet\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}\dfrac{\partial g}{\partial y_1} & \dfrac{\partial g}{\partial y_2}\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}\dfrac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_1}{\partial x_2}\\ \dfrac{\partial f_2}{\partial x_1} & \dfrac{\partial f_2}{\partial x_2}\end{bmatrix}\bullet\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}=$$

$$=\left[\frac{\partial g}{\partial y_1}.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}+\frac{\partial g}{\partial y_2}.\frac{\partial f_2}{\partial x_1} \quad \frac{\partial g}{\partial y_1}.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}+\frac{\partial g}{\partial y_2}.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right]\bullet\begin{bmatrix}x_1\\x_2\end{bmatrix}=$$

$$=x_1.\left(\frac{\partial g}{\partial y_1}.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}+\frac{\partial g}{\partial y_2}.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)+x_2.\left(\frac{\partial g}{\partial y_1}.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}+\frac{\partial g}{\partial y_2}.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)=$$

$$=\frac{\partial g}{\partial y_1}.\left(x_1.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}+x_2.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)+\frac{\partial g}{\partial y_2}.\left(x_1.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}+x_2.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)=$$

Como f_1 es homogénea de grado "r" $\Rightarrow x_1.\frac{\partial f_1}{\partial x_1}+x_2.\frac{\partial f_1}{\partial x_2}=r.f_1(x_1;x_2)$

Como f_2 es homogénea de grado "r" $\Rightarrow x_1.\frac{\partial f_2}{\partial x_1}+x_2.\frac{\partial f_2}{\partial x_2}=r.f_2(x_1;x_2)$

$$=r.\left(f_1(x_1;x_2).\frac{\partial g}{\partial y_1}+f_2(x_1;x_2).\frac{\partial g}{\partial y_2}\right)=$$

Definir $g\bullet f$ equivale a considerar que $y_1=f_1(x_1;x_2)$ e $y_2=f_2(x_1;x_2)$

$$=r..(y_1.\frac{\partial g}{\partial y_1}+y_2.\frac{\partial g}{\partial y_2})=r.s.g(y_1;y_2)=$$

Como "g" es homogénea de grado "s" $\Rightarrow y_1.\frac{\partial g}{\partial y_1}+y_2.\frac{\partial g}{\partial y_2}=s.g(y_1;y_2)$

$$=r.s.g(f_1(x_1;x_2);f_2(x_1;x_2))=r.s.g(f(x_1;x_2))=r.s.h(x_1;x_2)$$

TEORÍA (0'5 PUNTOS)

Justifique si es continua una función $f:D\subseteq\Re^2\mapsto\Re$ tal que:

$$\frac{\partial f(x;y)}{\partial x}=x+y \quad ; \quad \frac{\partial f(x;y)}{\partial y}=y^2$$

Solución

Las dos funciones derivadas primeras de "f" son continuas $\forall(x;y)\in\Re^2$ (son polinomios) $\Rightarrow$ la condición suficiente de diferenciabilidad garantiza que "f" es diferenciable $\forall(x;y)\in\Re^2 \Rightarrow$ "f" es continua $\forall(x;y)\in\Re^2$.

TEORÍA (1 PUNTO)

Demuestre que si $f:D\subseteq\Re^n\mapsto\Re$es diferenciable en un punto x_0 entonces es continua en dicho punto.