

MATEMÁTICAS PARA LA EMPRESA

TEST EXAMEN

- 01) Un sistema generador del subespacio $S = \{(x;y;z) \in \mathbb{R}^3 / x = 2.y + z\}$ es:
a) (1;0;1) y (1;1;0) ; b) (2;1;0) y (1;1;0) ; c) (2;1;0) y (1;0;1)
- 02) Si x e y son vectores ortonormales, entonces $\|x + y\|$ vale:
a) $\sqrt{2}$; b) 1 ; c) 0
- 03) Sean "A" y "B" matrices regulares de orden "n"; entonces:
a) $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$; b) $\text{tr}((AB)^{-1}) = \text{tr}((BA)^{-1})$
c) $\text{tr}(AB^{-1}) = \text{tr}(A) \cdot (\text{tr}(B))^{-1}$
- 04) Tres vectores de \mathbb{R}^5
a) siempre son linealmente independientes
b) siempre son linealmente dependientes
c) pueden ser linealmente independientes o independientes
- 05) Si en una matriz de orden 4 cuyo determinante es 96 trasponemos la matriz, permutamos la 1ª y la 2ª filas y la 3ª y 4ª columnas, y multiplicamos la tercera fila por 1/2, el determinante de la nueva matriz es:
a) -3 ; b) 6 ; c) -12
- 06) Sean v_1, v_2 y $v_3 = v_1 + v_2$ tres vectores de \mathbb{R}^3 . El subespacio engendrado por ellos tiene dimensión:
a) 2 ; b) 1 ó 2 ; c) 1 ó 2 ó 3
- 07) Despejando "X" en la ecuación matricial $(A^tAX)^{-1} = (A^tB)^{-1}$, resulta:
a) $X = B^{-1}A$; b) $X = A^{-1}B$; c) $X = A^{-1}B^{-1}$
- 08) Si el rango de la matriz ampliada de un sistema de 4 ecuaciones con 3 incógnitas es 3, el sistema no puede ser:
a) incompatible ; b) compatible determinado
c) compatible indeterminado
- 09) En un sistema lineal de 3 ecuaciones con 4 incógnitas, la tercera ecuación es combinación lineal de las dos primeras; así, el sistema siempre es:
a) compatible ; b) compatible indeterminado o incompatible
c) incompatible

- 10) Sea "A" una matriz singular de orden 3. Decir cuál de las siguientes opciones no puede corresponder al conjunto de valores propios de "A":
- a) $\lambda_1 = 1$ y $\lambda_2 = 0$ (doble) ; b) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$ y $\lambda_3 = 0$
 b) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$ y $\lambda_3 = 5$
- 11) Si $|A - \lambda \cdot I| = -(\lambda - 1) \cdot (\lambda - 2) \cdot (\lambda - a)$ es el polinomio característico de una matriz "A", entonces:
- a) "A" es diagonalizable si $a = 1$ ó $a = 2$
 b) "A" es diagonalizable si $a \neq 1$ y $a \neq 2$
 c) "A" siempre es diagonalizable
- 12) La forma cuadrática $Q(x; y; z) = -x^2 - y^2 - 3z^2 - 2x \cdot y + 4x \cdot z$ restringida a un subespacio "S" es:
- a) de cualquier tipo ; b) definida ; c) indefinida
- 13) Dos de los valores propios de una forma cuadrática de 3 variables son 2 y 3, si la matriz de la forma cuadrática es "A" entonces:
- a) la forma cuadrática siempre es definida positiva
 b) si $\det(A) \neq 0$, la forma cuadrática es definida positiva
 c) si $\det(A) = 0$, la forma cuadrática es semidefinida positiva
- 14) El dominio de la función $f(x) = \sqrt{2 - 2x^2}$ es:
- a) $\text{Dom}(f) = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; b) $\text{Dom}(f) = [-1; 1]$
 c) $\text{Dom}(f) = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- 15) El dominio de la función $f(x; y) = \text{Ln } x \cdot y^2$ es:
- a) $\text{Dom}(f) = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / x \cdot y^2 \geq 0\}$
 b) $\text{Dom}(f) = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / x > 0, y \neq 0\}$
 c) $\text{Dom}(f) = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / x > 0\}$
- 16) Las curvas de nivel de $f(x; y) = \frac{e^x}{y + e^x}$
- a) son $y = \frac{e^x \cdot (1 - k)}{k}, \forall k \in \mathbb{R}$; b) son $y = \frac{e^x \cdot (1 - k)}{k}, \forall k \neq 0$
 c) no existen para los niveles $k = 0$ y $k = 1$
- 17) Si $x = (1; 0; 1)$, $y = (1; -1; -1)$, el valor de $\frac{(xy)^2}{\|x + y\|_x}$ es:
- a) 0 ; b) (0; 0; 0) ; c) carece de sentido

- 18) Sea el conjunto $S = \{(x; y; z) \in \mathbb{R}^3 / -2.y + 3.z = 1\}$:
- "S" es subespacio vectorial de \mathbb{R}^3 y un sistema generador de dicho subespacio está formado por los vectores $(0; 3; 2)$ y $(0; 0; 1/3)$.
 - "S" es subespacio vectorial de \mathbb{R}^3 y un sistema generador de dicho subespacio está formado por los vectores $(0; -1/2; 0)$ y $(0; 1/3; 0)$.
 - "S" no es subespacio vectorial de \mathbb{R}^3 .
- 19) Los vectores $(2; 0; -3)$, $(1; 0; 1)$ y $(0; -4; 1)$
- son L.I y generan un subespacio vectorial de dimensión 2
 - son L.D y generan un subespacio vectorial de dimensión 2
 - son L.I y generan \mathbb{R}^3
- 20) Sean x, y, z vectores no nulos de \mathbb{R}^n verificando $x \cdot (y \cdot z) = 0$, entonces:
- x, y, z son ortogonales
 - y, z son ortogonales
 - x e $y \cdot z$ son ortogonales
- 21) Sean A y B matrices de orden "n" tales que $B^2 = BA$; es:
- $A = B$; b) $A^2 B^2 = B^2 A^2$; c) $B^2 A = BA^2$
- 22) Sean A y B matrices cuadradas de orden 3 tales que $|A| = 6$ y $|B| = -2$; es:
- $|2AB^{-1}| = -24$; b) $|A + B| = 6 - 2$; c) $|Adj.(A)| = 6$
- 23) Si el rango de una matriz 5×4 es 4, entonces:
- Todos los menores de orden 4 de la matriz han de ser nulos
 - Las columnas de la matriz son linealmente independientes
 - Algún menor de orden 4 de la matriz tiene que ser nulo
- 24) Despejando X en la ecuación $B^{-1}(X^{-1}A - BA) = A$ se obtiene:
- $X = B^{-1}/2$; b) $X = 2B^{-1}$; c) $X = 2I$
- 25) Sea $x = 2.t + 4$, $y = t$, $z = 0$ el conjunto de soluciones de un sistema lineal de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas. El rango de la matriz de los coeficientes es
- 3 ; b) 4 ; c) no lo sabemos
- 26) Si $AX = B$ es un sistema compatible indeterminado, el sistema $AX = 0$ es
- compatible determinado ; b) compatible indeterminado
 - incompatible

- 27) Sea un sistema lineal de 3 ecuaciones con 3 incógnitas compatible y determinado. Si añadimos una nueva ecuación, el nuevo sistema no puede ser:
- compatible determinado ;
 - compatible indeterminado
 - incompatible
- 28) Sea "A" una matriz "A" de orden 3 para la que existe un vector $X \in \mathbb{R}^3$, no nulo, tal que $AX = \lambda X$, $\lambda \in \mathbb{R}$; entonces:
- "A" siempre es diagonalizable
 - "A" no tiene valores propios
 - "A" tiene vectores propios
- 29) Señalar la afirmación correcta:
- Si A y B tienen el mismo polinomio característico son semejantes
 - Si A y B son semejantes tienen los mismos valores y vectores propios
 - Si A y B son semejantes tienen el mismo polinomio característico
- 30) La forma cuadrática $Q(x;y;z) = -(x + y - 2z)^2$ es:
- semidefinida positiva ;
 - semidefinida negativa ;
 - indefinida
- 31) Sea "A" una matriz de orden 3 cuyos menores principales son $H_1 = 0$, $H_2 = -4$ y $H_3 = 0$. La forma cuadrática que tiene a "A" como matriz asociada
- es semidefinida positiva ;
 - no es definida
 - es semidefinida negativa
- 32) Sea $Q(x;y;z)$ una forma cuadrática indefinida que en el vector $(1;1;2)$ del subespacio $x + y - z = 0$ vale $Q(1;1;2) = 0$. Así, la forma cuadrática sujeta a la restricción $x + y - z = 0$
- puede ser definida ;
 - puede ser semidefinida ;
 - es indefinida
- 33) Para los vectores x, y, z de \mathbb{R}^n se verifica $x \cdot y + x \cdot z = 0$, entonces:
- x es ortogonal a z e y
 - x es ortogonal a $y + z$
 - los vectores son ortogonales dos a dos
- 34) Tres vectores de \mathbb{R}^5
- siempre son L.I ;
 - siempre son L.D
 - pueden ser L.I ó L.D
- 35) Si en una matriz de orden 4 cuyo determinante es 12 trasponemos la matriz, permutamos las filas primera y segunda y las columnas segunda y cuarta y además a la tercera columna le sumamos la cuarta multiplicada por 0'5, el determinante de la nueva matriz es: a) 12 ; b) 6 ; c) - 6

36) Sean A , B y M matrices de orden " n " con B regular y M ortogonal. Despejando X en la ecuación matricial $M(A - X)B = B$, resulta:

a) $X = A - M$; b) $X = M^t - A$; c) $X = A - M^t$

37) Si $P(\lambda) = -(\lambda - 2) \cdot (\lambda - a)^2$ es el polinomio característico de una matriz A de orden 3, entonces:

- a) si $a \neq 2$ y el valor propio doble tiene asociados dos vectores propios linealmente independientes, A es diagonalizable
- b) si $a \neq 2$, A es diagonalizable
- c) A siempre es diagonalizable

38) El subespacio engendrado por los vectores $(1;2;-1)$ y $(1;1;1)$ es

- a) $S = \{(x;y;z) \in \mathbb{R}^3 / 3 \cdot x - 2 \cdot y - z = 0\}$
- b) $S = \{(x;y;z) \in \mathbb{R}^3 / 2 \cdot x - 3 \cdot y - z = 0\}$
- c) $S = \{(x;y;z) \in \mathbb{R}^3 / x + 3 \cdot y - 2 \cdot z = 0\}$

39) Si el rango de una matriz 6×5 es 5, entonces:

- a) Todos los menores de orden 5 de la matriz han de ser nulos
- b) Las columnas de la matriz son linealmente independientes
- c) Todos los menores de orden 4 de la matriz han de ser nulos

40) Si $x = (-1;0;1)$ e $y = (2;-1;-1)$, el valor de $\frac{y}{\|x + y\|}$ es:

- a) $(\frac{2}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}})$
- b) $(\frac{2}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}})$
- c) $(-\frac{2}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}})$

41) La dimensión del subespacio vectorial $S = \{(x;y;z;t) \in \mathbb{R}^4 / x - y = 0\}$ es

- a) 4 ; b) 3 ; c) 2

42) Los vectores $(1;0;1)$, $(0;1;0)$ y $(0;0;a)$ generan todo \mathbb{R}^3 si

- a) $a \neq 0$; b) $a = 0$; c) $a > 0$

43) Sean " A " y " B " matrices de orden 3 tales que $|A| = 3$ y $|B| = 1/3$, entonces:

- a) $|3AB| = 3$
- b) $|3AB| = 9$
- c) $|3AB| = 27$

44) Considera las siguientes afirmaciones:

- 1) Toda matriz con determinante 1 o -1 es ortogonal
- 2) Una matriz singular no puede ser ortogonal
- 3) Toda matriz diagonalizable es simétrica
- 4) Una matriz cuadrada puede no tener inversa, pero si la tiene es única

Entonces:

- a) las afirmaciones 1) y 2) son verdaderas
- b) las afirmaciones 3) y 4) son verdaderas
- c) las afirmaciones 2) y 4) son verdaderas

45) Si "A" es una matriz de orden "n", se define el rango de "A" como:

- a) el número máximo de filas linealmente dependientes de "A"
- b) el número máximo de filas linealmente independientes de "A"
- c) el orden de un menor cualquiera no nulo de "A"

46) Un sistema de 3 ecuaciones con 5 incógnitas con $\text{rg}(A) = 3$, donde "A" es la matriz de los coeficientes, es:

- a) incompatible
- b) compatible determinado
- c) compatible indeterminado

47) Si los menores principales de una forma cuadrática de 4 variables son

$|A_1| > 0$, $|A_2| < 0$, $|A_3| > 0$, $|A_4| < 0$, entonces la forma cuadrática es:

- a) indefinida ; b) semidefinida ; c) definida

48) Si la matriz de una forma cuadrática definida positiva es $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 0 \\ 1 & 0 & a \end{bmatrix}$:

- a) $a > 5$; b) $a > 0$; c) $a = 5$

49) Si $Q(x)$ es una forma cuadrática cuya matriz tiene determinante nulo, la forma cuadrática nunca puede ser

- a) definida ; b) semidefinida ; c) indefinida

50) La forma cuadrática $Q(x;y;z) = 3x^2 - 2y^2 - z^2$ restringida al subespacio $y + z = 0$ es:

- a) definida positiva; b) definida negativa ; c) indefinida

51) El dominio de la función $f(x;y) = \frac{x-1}{|y-2|}$ es:

- a) $\text{Dom}(f) = \{(x;y) \in \mathbb{R}^2 / y \geq 2\}$; b) $\text{Dom}(f) = \{(x;y) \in \mathbb{R}^2 / y \neq 2\}$
- c) $\text{Dom}(f) = \{(x;y) \in \mathbb{R}^2 / y = 2\}$

52) La curva de nivel de $f(x;y) = y \cdot e^{x-2}$ que pasa por el punto $(2;4)$ es:

a) $y = 4 \cdot e^{2-x}$; b) $y = 4 \cdot e^{x-2}$; a) $y = \text{constante}$

53) Dada la función $y = f(x)$ derivable, $f'(x_0)$ representa:

- a) La pendiente de la recta tangente a la función en el punto $(x_0; f(x_0))$
- b) El ángulo que forma la recta tangente a la función en el punto $(x_0; f(x_0))$ con el eje OX
- c) La pendiente de todas las rectas tangentes

54) El límite $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\ln x}$ vale:

a) $+\infty$; b) $-\infty$; c) 0

55) Una función $f(x;y)$ verifica que $f(2;3) = 4$; si

$$\lim_{\substack{(x;y) \rightarrow (2;3) \\ y=x+1}} f(x;y) = 4$$

entonces:

- a) $f(x;y)$ no es continua en $(2;3)$
- b) si existe límite doble en $(2;3)$, $f(x;y)$ es continua en $(2;3)$
- c) $\lim_{(x;y) \rightarrow (2;3)} f(x) = 4$

56) Sea $B(x)$ la función de beneficio (en u.m.) de una empresa, donde "x" es el número de unidades vendidas. Si la tasa de cambio vale -2 cuando "x" varía de 25 a 28 unidades, entonces el empresario disminuye su beneficio en

a) 3 u.m. ; b) 6 u.m. ; c) 12 u.m.

57) Una empresa que fabrica tres productos en cantidades $x = 20$, $y = 30$ y $z = 40$ tiene un coste total de 310 u.m. Si los costes marginales para dichos niveles de producción son 4, 3 y 5 respectivamente, entonces el coste aproximado cuando $x = 23$, $y = 32$ y $z = 36$ es:

a) 2 ; b) 312 ; c) 308

58) Sea $F(x;y;z)$ una función de tres variables con $x = 2 \cdot y^3$, $z = e^y$. Entonces:

a) $\frac{dF}{dy} = 6 \cdot y^2 \cdot F_x + F_y + e^y \cdot F_z$; b) $\frac{dF}{dy} = F_y$

c) $\frac{dF}{dy} = 6 \cdot y^2 \cdot F_x + e^y \cdot F_z$

59) Si $f(x;y)$ verifica que $\frac{\partial^5 f}{\partial x^2 \partial y^2 \partial x} = y \cdot e^{2 \cdot x+y}$, entonces $\frac{\partial^7 f}{\partial x^2 \partial y^3 \partial x^2}$ vale:

a) $2 \cdot (1+x) \cdot e^{2 \cdot x+y}$; b) $2 \cdot (1+y) \cdot e^{2 \cdot x+y}$; c) $2 \cdot y \cdot e^{2 \cdot x+y}$

- 60) Si la derivada de la función $f(x)$ es $f'(x) = (x - 1)^2 \cdot (x + 2)$, entonces:
- $f(x)$ es decreciente en $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$ y creciente en $(-2; 1)$
 - $f(x)$ es creciente en $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$ y decreciente en $(-2; 1)$
 - $f(x)$ es decreciente en $(-\infty; -2)$ y creciente en $(-2; +\infty)$
- 61) Si la función $f(x)$ tiene en $x = 2$ un máximo relativo de valor -3 , entonces la función $|f(x)|$ tiene en $x = 2$
- un mínimo relativo de valor 3
 - un mínimo relativo de valor -3
 - un máximo relativo de valor 3
- 62) La función $f(x) = x^3 + 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 1$
- es cóncava hacia arriba en $(-\infty; -1)$ y cóncava hacia abajo en $(-1; +\infty)$
 - no tiene puntos de inflexión
 - es cóncava hacia abajo en $(-\infty; -1)$ y cóncava hacia arriba en $(-1; +\infty)$
- 63) La función $f(x) = 2 \cdot x / (x + 1)$ tiene
- por asíntota vertical la recta $y = -1$ y por asíntota horizontal la recta $x = 2$
 - por asíntota vertical la recta $x = -1$ y por asíntota horizontal la recta $y = 2$
 - por asíntota vertical la recta $x = 2$ y por asíntota horizontal la recta $y = -1$
- 64) Sea $I(x; y)$ la función de ingreso de una empresa que fabrica dos productos en cantidades " x " e " y ". Garantizamos que un máximo local de $I(x; y)$ es máximo global cuando los signos de los menores principales de la matriz hessiana son:
- $|H_1| < 0, |H| > 0, \forall (x; y)$; b) $|H_1| < 0, |H| < 0, \forall (x; y)$
 - $|H_1| > 0, |H| > 0, \forall (x; y)$
- 65) La matriz hessiana de una función $f(x; y)$ es:
- $$H(f(x; y)) = \begin{bmatrix} -x^2 - 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}$$
- Entonces, si la función tuviera un punto crítico, éste sería:
- mínimo relativo ; b) mínimo absoluto ; c) máximo absoluto
- 66) Una primitiva de la función $f(x) = \frac{6 \cdot x - 3 \cdot x^2}{(x + 1)^4}$ es:
- $F(x) = \frac{6 \cdot x - 3 \cdot x^2}{(x + 1)^4}$; b) $F(x) = \frac{3 \cdot x^2}{(x + 1)^3} + 7$; c) $F(x) = \frac{3 \cdot x^2 - x^3}{(x + 1)^5/5}$
- 67) La dimensión del subespacio vectorial $S = \{(x; y; z; t) \in \mathbb{R}^4 / x + y + t = 0\}$ es
- 4 ; b) 3 ; c) 1

- 68) Los vectores $(0; -1; 0)$, $(0; 0; 2)$ y $(1; 0; a)$ generan todo \mathbb{R}^3 si
 a) $a \neq 0$; b) $a = 0$; c) para cualquier valor de "a"
- 69) El rango de una matriz de orden 4×5 es 4, entonces:
 a) todos los menores de orden 4 de la matriz son nulos
 b) las filas de la matriz son linealmente dependientes
 c) algún menor de orden 4 de la matriz es no nulo
- 70) Si los menores principales de una forma cuadrática de 4 variables son $|A_1| > 0$, $|A_2| > 0$, $|A_3| < 0$, $|A| > 0$, entonces la forma cuadrática es:
 a) indefinida ; b) definida o semidefinida ; c) de cualquier tipo
- 71) La forma cuadrática $Q(x; y; z) = 3x^2 - y^2 - z^2$ restringida al subespacio de ecuación $x + y = 0$ es:
 a) definida positiva; b) definida negativa ; c) indefinida
- 72) El límite $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{-\ln x}$ vale:
 a) $+\infty$; b) $-\infty$; c) 0
- 73) Sean las afirmaciones:
 1) si $y = f(x)$ no es derivable en el punto x_0 no es continua en ese punto
 2) si $y = f(x)$ es continua en el punto x_0 puede ser derivable en ese punto
 3) si $y = f(x)$ es derivable en el punto x_0 siempre es continua en ese punto
 a) 1 y 2 son ciertas ; b) 1 y 3 son ciertas ; c) 2 y 3 son ciertas
- 74) Sea $B(x)$ la función de beneficio (en u.m.) de una empresa, donde "x" es el número de unidades producidas. Si la tasa de cambio vale 2 cuando "x" varía de 120 a 123 unidades, entonces el incremento de beneficio es
 a) 2 u.m. ; b) 2 u.m por cada tres unidades producidas
 c) 2 u.m por cada unidad de incremento de producción
- 75) Si $f(K; L)$ es una función de producción tal que $\nabla f(40; 60) = (10; 10)$, cuando el capital aumenta en dos unidades y el trabajo disminuye en dos unidades:
 a) la producción no varía
 b) la producción disminuye 10 unidades
 c) la producción aumenta 10 unidades
- 76) La función $f(x) = (x + 1)/2x$ tiene
 a) asíntota vertical la recta $y = -2$, asíntota horizontal la recta $x = 1/2$
 b) asíntota vertical la recta $x = 1/2$, asíntota horizontal la recta $y = 0$
 c) por asíntota vertical la recta $x = 0$ y por asíntota horizontal la recta $y = 1/2$

- 77) La función $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 2x - 1$
- es cóncava hacia arriba en $(-\infty; -1)$ y cóncava hacia abajo en $(-1; +\infty)$
 - no tiene puntos de inflexión
 - es cóncava hacia abajo en $(-\infty; -1)$ y cóncava hacia arriba en $(-1; +\infty)$
- 78) La matriz hessiana de una función $f(x; y; z)$ es $H(f(x; y; z)) = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Si la función tuviera un punto crítico, éste sería:
- máximo relativo ; b) mínimo absoluto ; c) máximo absoluto
- 79) Si $x = (-1; 0; -1)$, $y = (2; -1; -1)$ y $z = (0; 1; 2)$, el valor de $\frac{(xy)z}{\|x + y + z\|}$ es:
- $(0; 1; 2)$; b) $(0; -1; -2)$; c) -3
- 80) Un sistema generador del subespacio $S = \left\{ (x; y; z; t) \in \mathbb{R}^4 / \begin{matrix} x = 0 \\ x + y + z = 0 \end{matrix} \right\}$ es
- $(0; 1; -1; 0)$ y $(0; 0; 0; 1)$; b) $(0; 0; 0; 0)$ y $(0; 0; 0; 1)$
 - $(0; 1; -1; 0)$ y $(0; -1; 1; 0)$
- 81) Sean A y B matrices cuadradas de orden 3 tales que $|A| = -5$ y $|B| = 5$; es:
- $|B^{-1}AB^2| = 25$; b) $|A + B| = 0$; c) $|2A| = -40$
- 82) Sean "A" y "B" matrices de orden "n" con "A" regular; si $AB = 0$, es:
- $A = 0$; b) $B = 0$; c) "B" tiene inversa
- 83) Tres vectores de \mathbb{R}^5 :
- Siempre son un sistema generador de vectores L.I.
 - Siempre son un sistema generador de vectores L.D.
 - Nunca son un sistema generador
- 84) Si "A" es una matriz de orden 5×7 tal que tiene un menor no nulo de orden 3 y un menor nulo de orden 4, entonces la matriz "A" tiene:
- Exactamente 3 filas L.I.
 - Cuatro o menos de cuatro filas L.I.
 - Tres o más de tres filas L.I.
- 85) Los valores propios de una matriz "A" de orden 3 son $\lambda_1 = 0$ (doble) y $\lambda_2 = 1$ y los subespacios propios asociados son respectivamente
- $$L(\lambda_1 = 0) = \{(x; y; z) / z = x + y\} ; L(\lambda_2 = 1) = \{(x; y; z) / z = 2z, y = 0\}$$
- entonces:
- "A" no es diagonalizable ; b) "A" es diagonalizable
 - "A" es regular

- 86) Una forma cuadrática $Q(x;y;z)$ tal que $Q(1;1;0) = 5$
 a) es definida positiva; b) no es definida negativa ; c) es indefinida
- 87) Si "A" y "B" son matrices semejantes y el polinomio característico de "A" es $|A - \lambda \cdot I| = -(\lambda - 1) \cdot (\lambda - 2) \cdot (\lambda + 3)$, entonces en valor de $|B|$ es:
 a) -6 ; b) 6 ; c) no podemos saberlo
- 88) El dominio de la función $f(x) = \sqrt{2 - 2 \cdot x^2}$ es:
 a) $\text{Dom}(f) = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; b) $\text{Dom}(f) = [-1; 1]$
 c) $\text{Dom}(f) = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- 89) La curva de nivel de "k" ($k \in \mathfrak{R}$) de una función $z = f(x;y)$ es:
 a) $\{(x;y) \in \mathfrak{R}^2 / f(x;y) \leq k\}$; b) $\{(x;y) \in \mathfrak{R}^2 / f(x;y) > k\}$
 c) $\{(x;y) \in \mathfrak{R}^2 / f(x;y) = k\}$
- 90) Una función $f(x;y)$ es tal que $f(2;5) = 3$ y $\lim_{\substack{(x;y) \rightarrow (2;5) \\ y-5=m \cdot (x-2)}} f(x;y) = 4$
 a) Es continua en el punto $(2;5)$.
 b) No tiene límite doble en $(2;5)$ y no es continua en $(2;5)$.
 c) No es continua en $(2;5)$ y puede tener límite doble en $(2;5)$.
- 91) El límite $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x-2} - 1}{\sqrt{2 \cdot x} - 2}$ vale: a) 1 ; b) 2 ; c) $1/2$
- 92) La curva $y = (x^2 - 1)/x^2$
 a) Tiene por asíntota horizontal la recta $y = 0$.
 b) Tiene por asíntota vertical la recta $x = 0$.
 c) Tiene por asíntota vertical la recta $x = 1$.
- 93) Si la función $y = f(x)$ es continua en el punto x_0 , entonces:
 a) Nunca es derivable en x_0 .
 b) Puede ser derivable en x_0 .
 c) Siempre es derivable en x_0 .
- 94) Si se fabrican 100 unidades de un producto el coste total es de 21.000 u.m. y el coste marginal es de 400 u.m.; así, el coste total aproximado de fabricar 102 unidades es: a) 21000 ; b) 21400 ; c) 21800
- 95) Si $f(x;y;z)$ verifica $\frac{\partial^5 f}{\partial x^2 \partial y^2 \partial x} = y^2 \cdot e^{2 \cdot x+y+z}$, entonces $\frac{\partial^7 f}{\partial x^2 \partial y^3 \partial x^2}$ vale:
 a) $2 \cdot (y + y^2) \cdot e^{2 \cdot x+y+z}$; b) $2 \cdot (2 \cdot y + y^2) \cdot e^{2 \cdot x+y+z}$
 c) $(2 \cdot y + y^2) \cdot e^{2 \cdot x+y+z}$

- 95) Sea $u = z^3$ siendo $z = \sqrt{2x + y^2}$, entonces $\partial u / \partial x$ vale:
- a) $1/\sqrt{2x + y^2}$; b) $3z^2/2\sqrt{2x + y^2}$; c) $3z^2/\sqrt{2x + y^2}$
- 97) Si la función $f(x)$ tiene un mínimo absoluto en $x = 2$, entonces:
- a) $x = 2$ es un punto crítico
 b) $f(x) \geq f(2)$ para todo $x \in \text{Dom.}f$
 c) $f(x) \leq f(2)$ para todo $x \in \text{Dom.}f$
- 98) Sea $f(x)$ un función con $f'(x) = (x - 1)^2 / (x + 2)$, entonces:
- a) $f(x)$ es creciente en el punto crítico $x = 1$
 b) $f(x)$ no tiene puntos críticos
 c) $x = 1$ y $x = -2$ son puntos críticos de $f(x)$
- 99) En un problema de optimización, la función que valora cada una de las alternativas posibles se llama:
- a) función factible ; b) función de elección
 c) función objetivo
- 100) En un problema de optimización con tres variables sin restricciones, los menores principales en un punto crítico son $H_1 > 0, H_2 > 0$ y $H_3 < 0$. En dicho punto crítico hay:
- a) un punto de silla ; b) un máximo local ; c) un mínimo local
- 101) En un problema de optimización con tres variables sin restricciones, los menores principales en todo punto de \mathbb{R}^3 son $H_1 > 0, H_2 > 0$ y $H_3 > 0$. Así, si el problema tiene un punto crítico, en dicho punto crítico hay:
- a) un mínimo local que no es absoluto
 b) un máximo local
 c) un mínimo local que es absoluto
- 102) En un problema de optimización de 4 variables y una restricción, los menores principales orlados en un punto crítico son $\bar{H}_2 < 0, \bar{H}_3 < 0$ y $\bar{H}_4 < 0$. Así, en el punto crítico, en dicho punto crítico hay:
- a) un mínimo local restringido
 b) un máximo local restringido
 c) un punto de silla
- 103) Al optimizar una función de producción, sujeta a una restricción lineal en el coste, el multiplicador de Lagrange en el óptimo es 3. Si el coste disminuye 2 unidades, ¿cuántas unidades disminuye aproximadamente la producción máxima?:
- a) 6 ; b) 3 ; c) 2

104) Sean "x" e "y" vectores de \mathfrak{R}^n tales que $x^2 = y^2$:

a) $x = y$; b) $x = \pm y$; c) $\|x\| = \|y\|$

105) Sea "A" una matriz ortogonal:

a) $A^{-1} = A$; b) $|A^{-1}| = |A|$; c) $|A^{-1}| = -1$

106) Sean "A" y "B" matrices de orden "n", siendo $|AB| = 2$:

a) $|A^tAB^2| = 4$; b) $|A^tAB^2| = 2$; c) $|A^tAB^2| = -4$

107) Si "A" es una matriz de orden 5×7 tal que tiene un menor no nulo de orden 3 y un menor nulo de orden 4, entonces la matriz "A" tiene:

- a) Exactamente 3 columnas L.I.
- b) Cuatro o menos columnas L.I.
- c) 2, 3 ó 4 columnas son CL de las restantes

108) Al despejar "X" en la ecuación matricial $(BA - BX)A^{-1} = (AB^{-1})^{-1}$, es:

a) $X = A - I$; b) $X = A + I$; c) $X = (A - I)^{-1}$

109) Sea un sistema lineal de 4 ecuaciones con 3 incógnitas. Si la matriz ampliada tiene rango 3, el sistema no puede ser:

- a) Compatible determinado ; b) Incompatible
- c) Compatible indeterminado

110) Si el sistema $AX = B$ es compatible indeterminado, el sistema $AX = 0$ es:

- a) Compatible determinado ; b) Incompatible
- c) Compatible indeterminado

111) Si los valores propios de una matriz "A" de orden 4 son $\lambda_1 = 2$ (triple) y $\lambda_2 = -2$, la matriz "A" tiene:

- a) Como mínimo, dos vectores propios LI
- b) Como mínimo, tres vectores propios LI
- c) Tres vectores propios LI asociados a $\lambda_1 = 2$

112) Una forma cuadrática $Q(x;y;z)$ tal que $Q(1;1;0) = -5$

- a) No es definida positiva; b) Es definida negativa ; c) Es indefinida

113) Los valores propios de la matriz "A" de una forma cuadrática de 3 variables son 2 y 3:

- a) La forma cuadrática es definida positiva
- b) Si $|A| \neq 0$, la forma cuadrática es definida positiva
- c) Si $|A| = 0$, la forma cuadrática es semidefinida positiva

114) Sea "A" la matriz de una forma cuadrática "Q" de 3 variables, con $|A| = 1$:

- a) "Q" puede ser de cualquier tipo
- b) "Q" es definida positiva o semidefinida positiva
- c) "Q" es definida positiva o indefinida

115) El dominio de la función $f(x) = \text{Ln}(2x^2 - 2)$ es:

- a) $\text{Dom}(f) = (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$; b) $\text{Dom}(f) = (-1; 1)$
- c) $\text{Dom}(f) = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$

116) El jacobiano de $f(x; y) = (3 + x^2 \cdot y; e^{2x+3y})$ en el punto $(-3; 2)$ es:

- a) -54 ; b) 18 ; c) -18

117) Sea $f(x; y)$ continua tal que $f(2; 5) = 3$, entonces $\lim_{\substack{(x; y) \rightarrow (2; 5) \\ y-5=m \cdot (x-2)}} f(x; y)$

- a) Vale 3 ; b) Depende de "m"
- c) Con estos datos no sabemos cuánto vale

118) Una función $f(x; y)$ es tal que $f(2; 5) = 3$ y $\lim_{\substack{(x; y) \rightarrow (2; 5) \\ y-5=m \cdot (x-2)}} f(x; y) = 4$

- a) Es continua en el punto $(2; 5)$.
- b) No tiene límite doble en $(2; 5)$ y no es continua en $(2; 5)$.
- c) No es continua en $(2; 5)$ y puede tener límite doble en $(2; 5)$.

119) Sea $x = a$ un punto crítico de $y = f(x)$. En $x = a$:

- a) La función puede ser creciente o decreciente
- b) La función tiene un extremo relativo
- c) La función tiene un extremo absoluto

120) Los límites reiterados de $f(x; y) = \frac{x^2 + y}{x + y}$ en $(1; -1)$ son:

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \lim_{y \rightarrow -1} f(x; y) = 0$ y $\lim_{y \rightarrow -1} \lim_{x \rightarrow 1} f(x; y) = 1$
- b) $\lim_{x \rightarrow 1} \lim_{y \rightarrow -1} f(x; y) = 2$ y $\lim_{y \rightarrow -1} \lim_{x \rightarrow 1} f(x; y) = 1$
- c) $\lim_{x \rightarrow 1} \lim_{y \rightarrow -1} f(x; y) = 2$ y $\lim_{y \rightarrow -1} \lim_{x \rightarrow 1} f(x; y) = \infty$

121) Una empresa que produce tres bienes en cantidades $x = 20$, $y = 30$, $z = 40$, tiene un coste total de 300 u.m. Si los costes marginales para dichos niveles de producción son respectivamente 4, 3 y 2 u.m., el coste aproximado si la producción pasa a ser $(18; 30; 41)$ es:

- a) 326 ; b) 16 ; c) 294

122) Sea $f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < 1 \\ 2x + 2 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$

- a) Es derivable en $x = 1$; b) Es continua en $x = 1$
 c) No es continua en $x = 1$

123) Sea $f(x) = \begin{cases} 3 - x & \text{si } x \leq 1 \\ x + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$, con $x \in [-2; 4]$:

- a) En $x = -2$ y $x = 4$ tiene máximos absolutos de valor 5
 b) En $x = 1$ tiene un único máximo absoluto de valor 2
 c) En $x = 1$ y $x = -2$ tiene mínimos absolutos de valor 2

124) La diferencial segunda de $f(x; z) = e^{x \cdot z}$ en el punto $(0; 1)$ es:

a) $d^2f(0; 1) = [dx \quad dz] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$; b) $d^2f(0; 1) = [dx \quad dz] \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dz \end{bmatrix}$
 c) $d^2f(0; 1) = [dx \quad dz] \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dz \end{bmatrix}$

125) Al minimizar una función de coste se obtiene un mínimo relativo con significado económico. Este mínimo es global si la diferencial segunda de la función de coste:

- a) Es definida positiva en el dominio económico
 b) Es definida negativa en el dominio económico
 c) No es indefinida positiva en ningún punto del dominio económico

126) En el problema de minimizar $f(x; y; z)$ bajo la restricción $g(x; y; z) = C$, el multiplicador de Lagrange en el óptimo es -3 . Si el valor de "C" aumenta 2 unidades, el mínimo de la función objetivo del problema:

- a) Aumenta aproximadamente 2 unidades
 b) Disminuye aproximadamente 6 unidades
 c) Aumenta aproximadamente 6 unidades

127) Si v_1, v_2 y v_3 son vectores ortonormales, $v_1 + v_2$ y $v_1 + v_3$ son:

- a) linealmente independientes ; b) ortonormales ; c) ortogonales

128) Tres vectores de \mathbb{R}^5

- a) siempre son linealmente independientes
 b) siempre son linealmente dependientes
 c) pueden ser linealmente independientes o dependientes

129) El sistema $AX = B$, con $A = \begin{bmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{bmatrix}$ es compatible determinado si:

- a) $a = 1$; b) $a = \pm 1$; c) $a \neq \pm 1$

- 130) Si el rango de la matriz ampliada de un sistema de 4 ecuaciones con 5 incógnitas es 3, el sistema no puede ser:
- incompatible ; b) compatible determinado
 - compatible indeterminado
- 131) Sea "A" una matriz tal que $A^5 = A$; entonces:
- $A^4 = A^{-1}$; b) $\det(A) = \pm 1$; c) $A = I$
- 132) Si en un sistema lineal compatible indeterminado de 3 ecuaciones con 4 incógnitas añadimos una ecuación que es el doble de la suma de las dos primeras, el nuevo sistema de 4 ecuaciones con 4 incógnitas
- es compatible determinado
 - puede ser incompatible
 - es compatible indeterminado
- 133) Los vectores $(0;0;0)$, $(1;1;1)$, $(1;2;0)$ y $(0;1;1)$
- son un sistema de generadores de \mathbb{R}^3
 - son linealmente independientes
 - no son un sistema de generadores de \mathbb{R}^3
- 134) Si $|A - \lambda \cdot I| = -(\lambda - 1) \cdot (\lambda - 2) \cdot (\lambda - a)$ es el polinomio característico de una matriz simétrica "A", entonces "A" es diagonalizable:
- si $a = 1$ ó $a = 2$; b) si $a \neq 1$ y $a \neq 2$; c) siempre
- 135) Si "A" es una matriz simétrica, entonces:
- "A" es regular ; b) "A" tiene valores propios reales ; c) $\det(A) = 1$
- 136) El dominio de la función $f(x) = \sqrt{(\ln x)^2}$ es:
- $\text{Dom}(f) = (-\infty; 0)$; b) $\text{Dom}(f) = (0; +\infty)$; c) $\text{Dom}(f) = \mathbb{R}$
- 137) El límite $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (e^{1/x} - 1)$ es: a) $+\infty$; b) 0 ; c) 1
- 138) El coste marginal de un proceso productivo cuando se producen 5 unidades de producto vale 2 u.m., entonces aproximadamente:
- El coste de producir 5 unidades es de 2 u.m
 - La variación del coste al pasar de producir 5 a 6 unidades es de 2 u.m
 - El coste de producir 5 unidades es de 2 u.m. por unidad
- 139) En $x = 1$ la función $f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < -1 \\ 2 \cdot x + 2 & \text{si } x \geq -1 \end{cases}$
- es derivable ; b) es continua ; c) no es continua

- 140) Si $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 2$ y la función "f(x)" es derivable en $x = 0$, entonces:
- a) $f'(0) = 0$; b) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 2$; c) $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$
- 141) La derivada de $f(x) = \frac{e^{2 \cdot x} \cdot \text{Ln } x}{x^2}$ es:
- a) $f'(x) = \frac{e^{2 \cdot x} \cdot (1 + 2 \cdot x \cdot \text{Ln } x - 2 \cdot \text{Ln } x)}{x^3}$; b) $f'(x) = \frac{2 \cdot e^{2 \cdot x} \cdot (x \cdot \text{Ln } x + \text{Ln } x)}{x^{3/2}}$
- c) $f'(x) = \frac{2 \cdot e^{2 \cdot x} \cdot \text{Ln } x}{x^{3/2}}$
- 142) La función $f(x) = |x^2 - 1|$ tiene:
- a) un mínimo en $x = 0$
 b) máximos absolutos en $x = 1$ y $x = -1$
 c) mínimos absolutos en $x = 1$ y $x = -1$
- 143) Sea $f(K;L)$ una función de producción tal que la producción en el punto (40;60) es de 85 unidades y su vector gradiente es (7;10). Entonces la producción en (41;59) vale aproximadamente
- a) 85 ; b) 82 ; c) 88
- 144) La matriz hessiana de una función $f(x;y;z)$ es $Hf(x;y;z) = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$. Si la función tuviera un punto crítico, éste sería:
- a) máximo relativo ; b) mínimo absoluto ; c) máximo absoluto
- 145) En el problema de optimizar la función $f(x;y)$ bajo la restricción $g(x;y) = b$, el multiplicador de Lagrange correspondiente a un óptimo mide la variación aproximada
- a) del valor óptimo de la función objetivo cuando se incrementa en una unidad el valor de "b"
 b) del valor óptimo de la función $g(x;y)$ cuando se incrementa en una unidad el valor de "b"
 c) del valor óptimo de la función objetivo cuando se incrementa en una unidad la variable "x" y en una unidad la variable "y".
- 146) Si la función $F(x)$ verifica que $F'(x) = \text{Ln}(1 + x^2)$, entonces:
- a) $\int \text{Ln}(1 + x^2) \cdot dx = F(x)$; b) $\int \text{Ln}(1 + x^2) \cdot dx = F(x) + \text{cte}$
 c) $\int \text{Ln}(1 + x^2) \cdot dx = e^{1+x^2} + \text{cte}$

SOLUCIÓN

01) La a) y la b) son falsas, pues $(1;1;0)$ no es solución de $x = 2.y + z$. La c) es verdadera, pues $(2;1;0)$ y $(1;0;1)$ son soluciones de $x = 2.y + z$

02) Si "x" e "y" son vectores ortonormales, es: $\|\alpha \bullet x + \beta \bullet y\| = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$.

En nuestro caso, siendo $\alpha = \beta = 1$, es:

$$\|1 \bullet x + 1 \bullet y\| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$$

03) La correcta es la b), pues $\text{tr}(\text{Pepa} \bullet \text{Juana}) = \text{tr}(\text{Juana} \bullet \text{Pepa})$; en nuestro caso es: $\text{Pepa} \equiv (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$; $\text{Juana} \equiv (BA)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

04) La correcta es la c)

05) Si trasponemos la matriz, el determinante no cambia (vale 96). Si permutamos la 1ª y la 2ª filas, el determinante cambia de signo (vale -96). Si permutamos la 3ª y 4ª columnas, el determinante cambia de signo (vale 96) y como la matriz es de orden 4, si multiplicamos la tercera fila por 1/2, el determinante se multiplica por $(1/2)^4$, por lo que vale $96/16 = 6$.

06) Como v_3 es C.L de v_1 y v_2 , el subespacio que engendran v_1, v_2 y v_3 es el mismo que el que engendran v_1 y v_2 y el subespacio que engendran dos vectores puede tener dimensión 1 (lo que ocurre si los dos vectores son LD) o 2 (lo que ocurre si los dos vectores son LI).

07) La correcta es la b):

$$(A^tAX)^{-1} = (A^tB)^{-1} \Rightarrow A^tAX = A^tB \Rightarrow$$

$$\boxed{(Pepa)^{-1} = (Juana)^{-1} \Rightarrow Pepa = Juana}$$

$$\Rightarrow AX = B \Rightarrow X = A^{-1}B$$

08) Si el rango de la matriz ampliada de un sistema de 4 ecuaciones con 3 incógnitas es 3, el sistema no es compatible indeterminado, pues no sucede que:

$$\text{rg}(\text{matriz de coeficientes}) = \text{rg}(\text{matriz ampliada}) < \text{número de incógnitas}$$

09) Si la 3ª ecuación es combinación lineal de las dos primeras podemos eliminar la tercera ecuación, y nos quedará un sistema lineal de 2 ecuaciones con 4 incógnitas; así, el sistema es compatible indeterminado o incompatible \Rightarrow b)

10) La correcta es la c): si "A" es singular (o sea, tiene determinante nulo), puedes apostar la vida a que $\lambda = 0$ es autovalor de "A".

11) La correcta es la b): si $a \neq 1$ y $a \neq 2$, los tres autovalores son distintos \Rightarrow "A" es diagonalizable.

- 12) Puedes comprobar que la forma cuadrática es indefinida; por tanto, al restringirla a un subespacio "S" puede ser de cualquier tipo.
- 13) La correcta es la c), pues si "A" tiene determinante nulo, puedes apostar la vida a que $\lambda = 0$ es autovalor de "A", y como los tres autovalores son ≥ 0 , la forma cuadrática es semidefinida positiva.

14) La correcta es la b), pues $f(x) = \sqrt{2 - 2x^2} \in \mathfrak{R}$ sólo si:

$$2 - 2x^2 \geq 0 \Rightarrow 1 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$$

15) La correcta es la b), pues $f(x; y) = \ln x \cdot y^2 \in \mathfrak{R}$ sólo si $x \cdot y^2 > 0$, y sucede tal cosa sólo si $x > 0$, $y \neq 0$.

16) La correcta es la b):

$$f(x; y) = \frac{e^x}{y + e^x} = k \Rightarrow e^x = k \cdot y + k \cdot e^x \Rightarrow k \cdot y = e^x \cdot (1 - k) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{e^x \cdot (1 - k)}{k}$$

↑
siempre que $k \neq 0$

- 17) Carece de sentido, pues el denominador $\|x + y\|_x$ es un vector.
- 18) La correcta es la b), pues el sistema no es lineal homogéneo.
- 19) La correcta es la c), pues la matriz cuyas columnas son los vectores dados tiene rango 3.
- 20) El producto $y \cdot z$ es un número real, por lo que el producto $x \cdot (y \cdot z)$ es un vector; así, si $x \cdot (y \cdot z) = 0$ y $x \neq 0$ ha de ser $y \cdot z = 0$, por tanto "y" y "z" son ortogonales.

21) La correcta es la c): $B^2 = BA \Rightarrow B^2A = BAA = BA^2$

22) a) $|2AB^{-1}| = 2^3 \cdot |A| \cdot |B^{-1}| = 2^3 \cdot 6 \cdot (-1/2) = -24$

b) Conociendo sólo $|A|$ y $|B|$ no es posible conocer $|A + B|$

c) $|Adj(A)| = (|A|)^{3-1} = 36$

23) La correcta es la b)

24) $B^{-1}(X^{-1}A - BA) = A \Rightarrow B^{-1}X^{-1}A - B^{-1}BA = A \Rightarrow$

$$\Rightarrow B^{-1}X^{-1}A - A = A \Rightarrow B^{-1}X^{-1}A = 2A \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BB^{-1}X^{-1}AA^{-1} = 2BAA^{-1} \Rightarrow X^{-1} = 2B \Rightarrow X = 2B^{-1}$$

25) La correcta es la a), si el conjunto de soluciones de un sistema lineal con 4 incógnitas es $S = \{(2t + 4; t; 0; t), \forall t \in \mathfrak{R}\}$, como en "S" hay un único parámetro "t", el rango de la matriz de coeficientes del sistema es $4 - 1 = 3$.

26) La correcta es la b): si $AX = B$ es compatible indeterminado entonces sucede que $\text{rg}(A) = \text{rg}(B) < \text{número de incógnitas}$; así, para el sistema lineal homogéneo $AX = 0$ sucederá que $\text{rg}(A) < \text{número de incógnitas}$, por lo que el sistema $AX = 0$ también será compatible indeterminado.

27) Si con 3 ecuaciones ("condiciones" de igualdad) hay una única solución (el sistema es compatible y determinado), al añadir una ecuación ("condición") adicional no puede suceder que el nuevo sistema tenga infinitas soluciones (sea compatible indeterminado).

28) La correcta es la c).

29) La correcta es la c).

30) La correcta es la b); obvio: $Q(x; y; z) = -(x + y - 2z)^2 \leq 0, \forall (x; y; z) \in \mathbb{R}^3$

31) La correcta es la b).

32) La correcta es la b).

33) $x \cdot y + x \cdot z = 0 \Rightarrow x \cdot (y + z) = 0 \Rightarrow x$ es ortogonal a $y + z$

34) La correcta es la c).

35) Si trasponemos la matriz, el determinante no cambia, sigue siendo 12. Si permutamos las filas primera y segunda, el determinante es -12 . Si permutamos las columnas segunda y cuarta, el determinante es 12. Si a la tercera columna le sumamos la cuarta multiplicada por 0'5, el determinante no cambia. Así, la correcta es la a).

$$36) \quad M(A - X)B = B \Rightarrow M^{-1}M(A - X)BB^{-1} = M^{-1}BB^{-1} \Rightarrow \\ \Rightarrow A - X = M^{-1} \Rightarrow X = A - M^{-1} = A - M^t$$

$$\boxed{M \text{ es ortogonal} \Rightarrow M^{-1} = M^t}$$

37) La correcta es la a), pues la multiplicidad algebraica de cada autovalor coincide con su multiplicidad geométrica.

38) Si el vector $\bar{u} = (x; y; z)$ pertenece al subespacio engendrado por los vectores $\bar{a} = (1; 2; -1)$ y $\bar{b} = (1; 1; 1)$ entonces \bar{u}, \bar{a} y \bar{b} son L.D \Rightarrow debe anularse el determinante de la matriz cuyas columnas son \bar{u}, \bar{a} y \bar{b} :

$$\begin{vmatrix} x & 1 & 1 \\ y & 2 & 1 \\ z & -1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 3x - 2y - z = 0$$

39) La correcta es la b).

40) La correcta es la b), pues si $x = (-1; 0; 1)$ e $y = (2; -1; -1)$, es:

$$x + y = (1; -1; 0) \Rightarrow \|x + y\| = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{y}{\|x + y\|} = \left(\frac{2}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}} \right)$$

- 41) La correcta es la b): $\dim.(S) = \dim.\mathfrak{R}^4 - \text{rg}\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = 4 - 1 = 3$ es
- 42) Los vectores $(1;0;1)$, $(0;1;0)$ y $(0;0;a)$ generan \mathfrak{R}^3 si forman una matriz regular, lo que sucede siempre que $a \neq 0$.
- 43) $|3AB| = 3^3 \cdot |AB| = 3^3 \cdot |A| \cdot |B| = 3^3 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} = 27$
- 44) La correcta es la c)
- 45) La correcta es la b)
- 46) Si un sistema lineal con 5 incógnitas tiene 3 ecuaciones y la matriz de coeficientes "A" tiene rango 3, la matriz ampliada "B" tiene rango 3 (no puede ser $\text{rg}(B) > 3$, pues sólo hay 3 ecuaciones); o sea, $\text{rg}(A) = \text{rg}(B) < \text{número de incógnitas}$, por lo que el sistema es compatible e indeterminado.
- 47) La correcta es la a)
- 48) La matriz de una FC definida positiva tiene determinante positivo, lo que en nuestro caso sucede sólo si $a > 5$.
- 49) Si la matriz de la forma cuadrática tiene determinante nulo $\Rightarrow \lambda = 0$ es un autovalor de la matriz \Rightarrow la forma cuadrática no puede ser definida
- 50) La correcta es la c):

$$Q(x; y; z) = 3 \cdot x^2 - 2 \cdot y^2 - z^2 = 3 \cdot x^2 - 2 \cdot y^2 - (-y)^2 = 3 \cdot x^2 - 3 \cdot y^2$$

$$\boxed{y + z = 0 \Rightarrow z = -y}$$

- 51) La correcta es la b), pues el denominador es distinto de 0 siempre que $y \neq 2$.
- 52) Como $f(2;4) = 4 \cdot e^{2-2} = 4$, la curva de nivel de $f(x;y) = y \cdot e^{x-2}$ que pasa por el punto $(2;4)$ es $f(x;y) = y \cdot e^{x-2} = 4 \Rightarrow y = 4 \cdot e^{2-x}$
- 53) La correcta es la a)
- 54) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = (0^+)^{-\infty} = \frac{1}{(0^+)^{+\infty}} = \frac{1}{0^+} = +\infty$
- 55) La correcta es la b), pues si existe límite doble en $(2;3)$, dicho límite doble es 4 (coincide con el límite cuando $(x;y) \rightarrow (2;3)$ según la recta $y = x + 1$), y como también es $f(2;3) = 4$; la función es continua en $(2;3)$.
- 56) La correcta es b), pues la variación del beneficio es $-2 \cdot (28 - 25)$.
- 57) La correcta es la c): $310 + \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 23 - 20 \\ 32 - 30 \\ 36 - 40 \end{bmatrix} = 308$
- 58) La correcta es la a), regla de la cadena.

59) La correcta es la b):

$$f_{x^2y^2x} = y \cdot e^{2 \cdot x+y} \Rightarrow f_{x^2y^3x} = (1+y) \cdot e^{2 \cdot x+y} \Rightarrow f_{x^2y^3x^2} = 2 \cdot (1+y) \cdot e^{2 \cdot x+y}$$

60) La correcta es la c), pues $f'(x) = (x-1)^2 \cdot (x+2)$ es negativa en $(-\infty; -2)$ y positiva en $(-2; +\infty)$.

61) La correcta es la a).

62) La correcta es la c), pues la función derivada segunda $f''(x) = 6 \cdot x + 6$ toma valores negativos en $(-\infty; -1)$, y toma valores positivos en $(-1; +\infty)$.

63) La correcta es la b), pues $f(x) = 2 \cdot x / (x+1)$ tiende a infinito si "x" tiende a -1, y tiende a 2 si "x" tiende a infinito.

64) La correcta es la a).

65) La correcta es la c), pues $H(f(x;y))$ es definida negativa en todo punto.

66) La correcta es la b), pues en tal caso sucede que $dF(x)/dx = f(x)$.

67) La correcta es la b).

68) La correcta es c), pues el determinante cuyas columnas son los vectores dados es no nulo para todo valor de "a".

69) La correcta es la c).

70) La correcta es la a).

71) La correcta es la c), pues $x + y = 0 \Rightarrow y = -x$, siendo

$$Q(x; -x; z) = 3 \cdot x^2 - (-x)^2 - z^2 = 2 \cdot x^2 - z^2$$

72) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = (0^+)^{+\infty} = 0$

73) La correcta es la c).

74) La correcta es la c).

75) La correcta es la a): $\nabla f(40; 60) \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = (10; 10) \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix} = 0$

76) La correcta es la c).

77) La correcta es la a), pues la función derivada segunda $f''(x) = -6 \cdot x - 6$ toma valores positivos en $(-\infty; -1)$, y toma valores negativos en $(-1; +\infty)$.

78) La correcta es la b), pues $H(f(x;y;z))$ es definida positiva en todo punto.

79) La correcta es la b):

$$\frac{(x \bullet y) \bullet z}{\|x + y + z\|} = (0; -1; -2)$$

$$\begin{aligned} x \bullet y &= (-1; 0; -1) \bullet (2; -1; -1) = (-1) \cdot 2 + 0 \cdot (-1) + (-1) \cdot (-1) = -1 \Rightarrow \\ &\Rightarrow (x \bullet y) \bullet z = (-1) \bullet z = (-1) \bullet (0; 1; 2) = (0; -1; -2) \\ x + y + z &= (1; 0; 0) \Rightarrow \|x + y + z\| = 1 \end{aligned}$$

80) La correcta es la a): $S = \left\{ (x; y; z; t) \in \mathbb{R}^4 / \begin{matrix} x = 0 \\ x + y + z = 0 \end{matrix} \right\}$ tiene dimensión 2:

$$\dim.(S) = \dim.\mathbb{R}^4 - \text{rg} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = 4 - 2 = 2$$

Como $\dim.(S) = 2 \Rightarrow$ todo subconjunto de "S" en el que haya 2 vectores L.I es un S.G de "S". Los seis vectores dados pertenecen a "S" (pues todos ellos cumplen que $x = 0$ y que $x + y + z = 0$), pero sólo en el caso a) sucede que la matriz que se forma con los dos vectores tiene rango 2:

$$\text{a) rg} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 2 ; \text{ b) rg} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 ; \text{ c) rg} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = 1$$

81) La a) es falsa:

$$\begin{aligned} |B^{-1}AB^2| &= |B^{-1}| \cdot |A| \cdot |B^2| = |B^{-1}| \cdot |A| \cdot |B| \cdot |B| = |A| \cdot |B|^2 = -25 \\ &\quad \left[|B^{-1}| = 1/|B| \right] \end{aligned}$$

La b) es una gran tontería, pues conociendo sólo $|A|$ y $|B|$ no es posible conocer el determinante de la matriz $A + B$.

La c) es correcta: "A" de orden 3 $\Rightarrow |2 \bullet A| = 2^3 \cdot |A| = 8 \cdot (-5) = -40$

82) La a) es una tontería, pues si "A" es regular (tiene determinante no nulo) no puede ser la matriz nula. La c) es falsa:

$$\begin{aligned} AB = 0 &\Rightarrow |A| \cdot |B| = 0 \Rightarrow \\ \Rightarrow |B| &= 0 \text{ (pues } |A| \neq 0, \text{ por ser regular "A")} \Rightarrow \text{"B" carece de inversa} \end{aligned}$$

83) La correcta es la c): 3 vectores de \mathbb{R}^5 nunca pueden generar a \mathbb{R}^5 .

84) La correcta es la c): el que "A" (de orden 5×7) tenga un menor no nulo de orden 3 garantiza que "A" tiene al menos 3 filas L.I, pero puede haber más de 3 filas L.I (no las habría si todos los menores de orden 4 fueran nulos).

85) La correcta es la a), pues el subespacio de autovectores del autovalor doble $\lambda_1 = 0$ tiene dimensión 2. La c) es falsa porque el determinante de "A" es nulo (recuerda que el producto de los autovalores de "A" coincide $|A|$).

86) La correcta es la b): si un vector tiene imagen positiva entonces no sucede que todos los vectores (salvo el vector cero) tengan imagen negativa.

87) La correcta es la a), pues dos matrices semejantes siempre tienen el mismo determinante, y el determinante de "A" es -6 , pues los autovalores de "A" son $1, 2$ y -3 , y el producto de los autovalores de "A" coincide con $|A|$.

88) $f(x) = \sqrt{2 - 2x^2} \in \mathfrak{R}$ si $2 - 2x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$

89) La correcta es la c)

90) La correcta es la c)

$$91) \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x-2} - 1}{\sqrt{2x} - 2} = (0/0) \xrightarrow{\text{regla de L'Hospital}} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{e^{x-2}}{\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{x}}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2 \cdot \sqrt{x} \cdot e^{x-2}}{\sqrt{2}} = 2$$

92) La a) es falsa, pues $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - 1)/x^2 = 1 \Rightarrow$ la recta $y = 1$ es A.H.

La b) es correcta, pues $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 - 1)/x^2 = -\infty \Rightarrow$ la recta $x = 0$ es A.V.

La c) es falsa, pues $\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 1)/x^2 = 0 \neq \infty$

93) La correcta es la b): no estando rota la gráfica de "f" en el punto x_0 (o sea, siendo "f" continua en x_0), puede suceder que x_0 haya recta tangente (\Leftrightarrow la función es derivable en x_0) o no (\Leftrightarrow la función no derivable en x_0).

94) La correcta es la c): $2100 + 400 \cdot 2 = 21800$

95) Para hallar $\partial^7 f / \partial x^2 \partial y^3 \partial x^2$ a partir de $\partial^5 f / \partial x^2 \partial y^2 \partial x = y^2 \cdot e^{2x+y+z}$ derivamos ésta una vez respecto de "y" y otra vez respecto de "x":

$$\begin{aligned} \partial^5 f / \partial x^2 \partial y^2 \partial x &= y^2 \cdot e^{2x+y+z} \Rightarrow \\ \Rightarrow \partial^6 f / \partial x^2 \partial y^3 \partial x &= (2 \cdot y + y^2) \cdot e^{2x+y+z} \Rightarrow \\ \Rightarrow \partial^7 f / \partial x^2 \partial y^3 \partial x^2 &= 2 \cdot (2 \cdot y + y^2) \cdot e^{2x+y+z} \end{aligned}$$

96) La correcta es la c):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 3 \cdot z^2 \cdot \frac{2}{2 \cdot \sqrt{2x+y^2}} = \frac{3 \cdot z^2}{\sqrt{2x+y^2}}$$

$u = z^3$ siendo $z = \sqrt{2x+y^2}$

97) La correcta es la c).

98) La b) y la c) son falsas, pues los puntos críticos de $f(x)$ son los que anulan a $f'(x)$; en nuestro caso $f'(x) = (x - 1)^2 / (x + 2)$ se anula sólo si $x = 1$.

La a) es correcta, pues $f'(x) = (x - 1)^2 / (x + 2)$ no cambia de signo en $x = 1$ y $f'(x) = (x - 1)^2 / (x + 2)$ es positiva en las proximidades de $x = 1$.

99) La correcta es la c).

100) La correcta es la a), pues la matriz hessiana en el punto crítico es indefinida si $H_1 > 0, H_2 > 0$ y $H_3 < 0$.

101) La correcta es la c), pues si $H_1 > 0, H_2 > 0$ y $H_3 > 0$ en todo punto de \mathbb{R}^3 , la matriz hessiana es definida positiva en todo punto de \mathbb{R}^3 .

102) La correcta es la a).

103) La correcta es la a): $\lambda = 3 \equiv \frac{\Delta Q}{\Delta C} \Rightarrow \Delta Q = -6$ si $\Delta C = -2$.

104) La correcta es la c): $\|x\| = x \cdot x = y \cdot y = \|y\|$

105) La correcta es la b):

$$|A^{-1}| = \frac{1}{|A|} = |A|$$

"A" ortogonal $\Rightarrow |A|$ vale 1 ó -1

106) $|A^t A B^2| = |A^t| \cdot |A| \cdot |B| \cdot |B| = |A| \cdot |A| \cdot |B| \cdot |B| = 4$

$$|AB| = |A| \cdot |B| = 2$$

107) Si $A_{5 \times 7}$ tiene un menor no nulo de orden 3, es $3 \leq \text{rg}(A) \leq 5$; así, el número de columnas que son CL de las restantes está comprendido entre 2 (si $\text{rg}(A) = 5$) y 4 (si $\text{rg}(A) = 3$).

108) La correcta es la a):

$$\begin{aligned} (BA - BX)A^{-1} &= (AB^{-1})^{-1} \Rightarrow (BA - BX)A^{-1} = BA^{-1} \Rightarrow \\ &\Rightarrow BA - BX = B \Rightarrow BX = BA - B \Rightarrow \\ &\Rightarrow B(A - X) = B \Rightarrow A - X = I \Rightarrow X = A - I \end{aligned}$$

109) La correcta es la a): no puede suceder que las matrices de coeficientes y ampliada tengan el mismo rango y éste sea inferior al número de incógnitas.

110) La correcta es la c).

111) La correcta es la a), que sucede si $\dim.L(\lambda_1) = 1$.

112) La correcta es la a): el vector $(1; 1; 0)$ tiene imagen negativa según "Q".

113) La correcta es la c): $\det(A)$ es el producto de sus autovalores; así, si 2 y 3 son autovalores y $|A| = 0$, el tercer autovalor es el 0.

114) La correcta es la c): si $|A| = 1 \Rightarrow \lambda = 0$ no es autovalor \Rightarrow no es semidefinida. No es definida negativa, pues si lo fuera, los tres autovalores serían negativos, por lo que el determinante de "A", que es el producto de sus autovalores, sería negativo.

115) La correcta es la c), pues $2 \cdot x^2 - 2 > 0$ sólo si $x < -1$ ó $x > 1$.

$$116) |Jf(-3;2)| = \begin{vmatrix} 2 \cdot x \cdot y & x^2 \\ 2 \cdot e^{2 \cdot x + 3 \cdot y} & 3 \cdot e^{2 \cdot x + 3 \cdot y} \end{vmatrix}_{(-3;2)} = \begin{vmatrix} -12 & 9 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -54$$

117) La correcta es a), pues $f(x;y)$ es continua en $(2;5)$ y $f(2;5) = 3$.

118) La correcta es la c).

119) La correcta es la a).

120) La correcta es la b):

$$\lim_{x \rightarrow 1} \left(\lim_{y \rightarrow -1} \frac{x^2 + y}{x + y} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^2 + 1}{x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 1} (x + 1) = 2$$

$$\lim_{y \rightarrow -1} \left(\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + y}{x + y} \right) = \lim_{y \rightarrow -1} \left(\frac{1 + y}{1 + y} \right) = 1$$

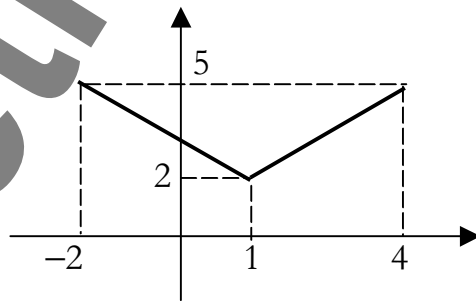
121) La correcta es la c):

$$C(18;30;41) = C(20;30;40) + \nabla C(20;30;40) \cdot \begin{bmatrix} 18 - 20 \\ 30 - 30 \\ 41 - 40 \end{bmatrix} =$$

$$= 300 + [4 \quad 3 \quad 2] \cdot \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = 294$$

122) La correcta es la b).

123) La correcta es la a).



124) La correcta es la b), pues $Hf(0;1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$.

125) La correcta es la a).

126) $\lambda = -3 \cong \frac{\Delta f}{\Delta C} \Rightarrow \Delta f = -6$ si $\Delta C = 2$

127) La correcta es la a), y lo deducimos por eliminación, ya que los vectores $v_1 + v_2$ y $v_1 + v_3$ no son ortogonales (\Rightarrow no son ortonormales):

$$(v_1 + v_2) \cdot (v_1 + v_3) = v_1 \cdot v_1 + v_1 \cdot v_3 + v_2 \cdot v_1 + v_2 \cdot v_3 = v_1 \cdot v_1 \neq 0$$

Como v_1, v_2 y v_3 son ortonormales \Rightarrow son ortogonales \Rightarrow
 $v_1 \cdot v_3 = v_2 \cdot v_1 = v_2 \cdot v_3 = 0$

128) La correcta es la c)

129) El sistema $AX = B$ es compatible determinado si $|A| \neq 0 \Rightarrow a \neq \pm 1$

130) Si el rango de la matriz ampliada de un sistema de 4 ecuaciones con 5 incógnitas es 3, el sistema no es compatible determinado, pues no sucede que:

$$\text{rg}(\text{coeficientes}) = \text{rg}(\text{ampliada}) = \text{número de incógnitas}$$

131) La correcta es la b):

$$A^5 = A \Rightarrow |A^5| = |A| \Rightarrow (|A|)^5 = |A| \Rightarrow (|A|)^4 = 1 \Rightarrow |A| = \pm 1$$

132) El sistema "nuevo" es compatible indeterminado (lo mismo que el "viejo"), pues la ecuación que se añade es combinación lineal de otras ecuaciones del sistema

133) La correcta es la a), pues con los 4 vectores se forma una matriz con rango 3.

134) Por ser simétrica, "A" siempre es diagonalizable.

135) La correcta es la b), famosa propiedad

136) La correcta es la b), pues si $x \leq 0 \Rightarrow \ln x \notin \mathfrak{R}$

137) La correcta es la c):

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} x \cdot (e^{1/x} - 1) &= (\infty \cdot 0) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{1/x} - 1}{1/x} = \left(\frac{0}{0}\right) = \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(-1/x^2) \cdot e^{1/x}}{-1/x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{1/x} = e^0 = 1 \end{aligned}$$

138) La correcta es la b).

139) La correcta es la c).

140) La correcta es b), pues si la función "f(x)" es derivable en $x = 0$, entonces sus derivadas laterales en $x = 0$ son iguales, y como la derivada en $x = 0$ por la derecha es 2 (pues $\lim_{x \rightarrow 0^+} (f(x) - f(0))/x = 2$), entonces:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x} = 2$$

141) La correcta es la a):

$$f'(x) = \frac{(2 \cdot e^{2 \cdot x} \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot e^{2 \cdot x}) \cdot x^2 - 2 \cdot x \cdot e^{2 \cdot x} \cdot \ln x}{x^4} =$$
$$= \frac{(2 \cdot e^{2 \cdot x} \cdot \ln x + \frac{1}{x} \cdot e^{2 \cdot x}) \cdot x - 2 \cdot e^{2 \cdot x} \cdot \ln x}{x^3} = \frac{e^{2 \cdot x} \cdot (1 + 2 \cdot x \cdot \ln x - 2 \cdot \ln x)}{x^3}$$

142) La correcta es la c).

143) La correcta es la b):

$$f(41;59) \cong f(40;60) + \nabla f(40;60) \cdot \begin{bmatrix} 41 - 40 \\ 59 - 60 \end{bmatrix} = 85 + (7; 10) \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = 82$$

144) La correcta es la b), pues la matriz hessiana de $f(x;y;z)$ es definida positiva en todos los puntos.

145) La correcta es la b).

146) La correcta es la b).

